

## INVESTIGATION OF A MUTUAL RADIATION IMPEDANCE ANOMALY BETWEEN SOUND PROJECTORS MOUNTED IN AN ARRAY

by J. S. M. RUSBY

Admiralty Research Laboratory, Teddington

### Summary

Measurements of the electrical admittance of acoustically small, low loss, sound projectors near resonance show that the admittance diagram is a circle, indicating a constant radiation impedance, only when the measured projector is part of an array in which the sound field conditions are the same for each projector. In other arrays the individual projectors may suffer large changes in admittance as the driving frequency is varied, including the generation of negative conductance values near resonance.

The formation of this anomaly has been studied by investigating the behaviour of five A.D.P.-Glass projectors in a cruciform array in conjunction with computations based on an accurate knowledge of both the equivalent circuit of the projectors and the relevant radiation impedance data. This has shown that the anomaly is due to the high mutual impedance values involved and the fact that these values are dependent on the position of the projectors in the array. Near resonance, where the mechanical impedance of a high  $Q$  projector is approaching zero, this leads to large changes in the phase of the radiating face velocities of neighbouring projectors. This in turn produces excessive changes in the total radiation impedance and mechanical displacement of projectors working near resonance. In a practical system the behaviour may cause failure of the projectors or driving amplifiers.

Various palliatives or remedies are suggested to modify or overcome the anomaly.

### Sommaire

Si l'on mesure, près de la fréquence de résonance, l'admittance électrique de projecteurs sonores de petite dimension par rapport à la longueur d'onde et à faibles pertes, on voit que le diagramme d'admittance est un cercle, ce qui montre que l'impédance de rayonnement est constante, mais cela seulement lorsque le projecteur étudié est un élément d'un groupement dans lequel les conditions de champ sonore sont les mêmes pour chaque projecteur. Dans d'autres groupements, l'admittance de projecteurs individuels peut subir de grands changements quand la fréquence d'excitation varie, allant jusqu'à la production de valeurs négatives de la conductance près de la résonance.

On a étudié la cause de cette anomalie en examinant le comportement de cinq projecteurs verre A.D.P. en groupement cruciforme et en le comparant avec les calculs basés sur la connaissance précise du circuit équivalent des projecteurs et des valeurs convenables de leur impédance de rayonnement. Cela montre que l'anomalie est due aux valeurs élevées de l'impédance mutuelle et au fait que ces valeurs dépendent de la position des projecteurs dans le groupement. Près de la résonance, quand l'impédance mécanique d'un projecteur de  $Q$  élevé approche de zéro, cela produit pour les projecteurs voisins de grandes variations de phase des vitesses des surfaces de rayonnement. Cela à son tour produit des changements considérables de l'impédance totale de rayonnement et un déplacement mécanique des projecteurs travaillant près de la résonance. Dans un système réel cet effet peut produire l'arrêt des projecteurs ou des amplificateurs d'excitation.

On propose divers palliatifs ou remèdes pour modifier ou maîtriser cette anomalie.

### Zusammenfassung

Messungen der elektrischen Admittanz von akustisch kleinen, verlustarmen Schallstrahlern in der Nähe der Resonanz zeigen, daß das Admittanzdiagramm nur dann kreisförmig ist, wenn der Schallstrahler sich in einer Strahlergruppe befindet, bei der die Schallfeldgrößen für alle Strahler gleich sind. Bei anderen Strahlergruppen kann die Admittanz der Strahler großen Veränderungen unterliegen, wenn die Frequenz variiert wird. In der Nähe der Resonanz treten sogar negative Leitwerte auf.



Das Auftreten dieser Anomalie wurde am Verhalten einer kreuzförmigen Gruppe von A.D.P.-Strahlern zusammen mit Berechnungen, die auf der genauen Kenntnis sowohl der Ersatzschaltbilder der Strahler als auch der Strahlungsimpedanzen beruhen, untersucht. Daraus folgt, daß das anomale Verhalten durch die hohen Kopplungsimpedanzen und durch die Lage des Strahlers innerhalb der Gruppe bedingt ist. In der Nähe der Resonanz, wo die mechanische Impedanz eines verlustarmen Resonators sich dem Wert Null nähert, führt dies zu großen Phasenänderungen der Schnellen der strahlenden Flächen benachbarter Strahler. Dadurch werden wiederum große Änderungen der gesamten Strahlungsimpedanz und der Schwingungsamplituden von Strahlern, die in der Nähe der Resonanz betrieben werden, hervorgerufen. Dieses Verhalten könnte in der Praxis zum Versagen von Strahlern oder der angeschlossenen Verstärker führen.

Es werden Vorschläge zur Verminderung oder Vermeidung der Anomalie gemacht.

### Glossary of symbols

- $Y_i$  = Electrical admittance of  $i^{th}$  projector.  
 $Y_1$  = Electrical admittance of the central projector in the five-projector array.  
 $Y_2$  = Electrical admittance of an outside projector in the five-projector array.  
 $Z_i$  =  $R_i + j x_i = F_i / v_i$  = Total radiation impedance of  $i^{th}$  projector.  
 $Z_{ii}$  = Self radiation impedance of  $i^{th}$  projector.  
 $Z_{ij}$  = Mutual radiation impedance coefficient of the  $i^{th}$  projector due to the presence of the  $j^{th}$  projector.  
 $Z_{11}$  =  $0.078 \varrho_w c_w A_h + j 0.457 \varrho_w c_w A_h$  = Self radiation impedance of central, No. 1, projector of the five-projector array.  
 $Z_{12}$  =  $0.054 \varrho_w c_w A_h + j 0.041 \varrho_w c_w A_h$  = Mutual radiation impedance coefficient of the central projector due to the presence of an outside projector in the five-projector array ( $= Z_{21}$ ).  
 $Z_{23}$  =  $0.037 \varrho_w c_w A_h - j 0.003 \varrho_w c_w A_h$  = Mutual radiation impedance coefficient of No. 2 projector due to the presence of No. 3 projector in the five-projector array.  
 $Z_{24}$  =  $0.014 \varrho_w c_w A_h - j 0.020 \varrho_w c_w A_h$  = Mutual radiation impedance coefficient of No. 2 projector due to the presence of No. 4 projector in the five-projector array.  
 $X_A$   
 $X_B$   
 $X_C$   
 $X_D = j \alpha$   
 $X_E = j \beta$   
 $X_F = j \gamma$  } = Block mechanical reactances in the equivalent circuit of the A.D.P.-Glass projector.  
 $v_i$  = Complex radiating face velocity of the  $i^{th}$  projector.  
 $v_j$  = Complex radiating velocity of the  $j^{th}$  projector.  
 $v_1$  = Complex radiating face velocity of the central projector in the five-projector array.  
 $v_2$  = Complex radiating face velocity of an outside projector in the five-projector array.  
 $j$  =  $\sqrt{-1}$ .  
 $\varrho_p$  =  $1.78 \text{ g cm}^{-3}$  = Density of A.D.P. crystal.

- $\varrho_h$  =  $3.66 \text{ g cm}^{-3}$  = Density of flint-glass projector head.  
 $\varrho_w$  = Density of loading medium, water.  
 $c_p$  =  $3.27 \times 10^5 \text{ cm sec}^{-1}$  = Longitudinal sound velocity in A.D.P. crystal.  
 $c_h$  =  $3.91 \times 10^5 \text{ cm sec}^{-1}$  = Longitudinal sound velocity in flint-glass projector head.  
 $c_w$  = Longitudinal sound velocity in water.  
 $l_p$  =  $5.46 \text{ cm}$  = Length of A.D.P. crystal.  
 $l_h$  =  $0.837 \text{ cm}$  = Length of flint-glass projector head.  
 $b$  =  $0.635 \text{ cm}$  = Distance between silver foil electrodes on A.D.P. crystal.  
 $a$  =  $1.40 \text{ cm}$  = Length of square side of flint-glass radiating face.  
 $k_w$  =  $2\pi/\lambda_w$  = Propagation constant in water.  
 $\lambda_w$  = Wavelength of sound in water.  
 $A_p$  =  $0.40 \text{ cm}^2$  = Cross-sectional area of A.D.P. crystal.  
 $A_h$  =  $1.95 \text{ cm}^2$  = Cross-sectional area of flint-glass projector head.  
 $R_p$  =  $\varrho_p c_p A_p = 2.328 \times 10^5 \text{ g sec}^{-1}$  = Acoustic resistance of A.D.P. crystal.  
 $R_h$  =  $\varrho_h c_h A_h = 27.900 \times 10^5 \text{ g sec}^{-1}$  = Acoustic resistance of flint-glass projector head.  
 $C_0$  = Clamped electrical capacitance of A.D.P. crystal.  
 $V$  =  $0.3 \text{ V r.m.s.}$  = Constant driving voltage of five-projector array, used as phase reference.  
 $F$  =  $2 \Phi V = 2.56 \times 10^2 \text{ dynes}$  = Constant peak driving force of five-projector array, in phase with applied voltage.  
 $F_i$  = Force on the radiating face of the  $i^{th}$  projector due to the water loading.  
 $\omega$  =  $2\pi f$  = Pulsatance or angular frequency.  
 $f$  = Driving frequency.  
 $\Phi$  =  $(d_{31})_{45^\circ} b / (S_{11}^E)_{45^\circ} = 9.1 \times 10^4 \text{ dynes per unit P.D. (e.s.u.)}$  = Transformation coefficient for Z-cut  $45^\circ$  A.D.P. crystal.  
 $(d_{31})_{45^\circ}$  =  $0.74 \times 10^{-6} \text{ e.s.u. of charge per dyne}$  = Piezoelectric strain constant for Z-cut  $45^\circ$  A.D.P. crystal.  
 $(S_{11}^E)_{45^\circ}$  =  $5.13 \times 10^{-12} \text{ cm}^2 \text{ dyne}^{-1}$  = Elastic compliance for Z-cut  $45^\circ$  A.D.P. crystal at constant electric field.



## 1. Introduction

The interaction of sound projectors through the loading medium has been studied theoretically by various workers over the last twenty years ([1], [2], [3], [4]). The usual approach has been to produce a theory from which the mutual radiation impedance between two rigid pistons can be evaluated as a function of separation distance. This result is then applied to an array and the mutual radiation impedance contributions of each projector are summed to find the total radiation impedance on any one projector in the array. Certain simplifying assumptions may be made in these theories. When considering the interaction between rigid pistons it is usually assumed that the projectors work through an infinite rigid plane baffle. In practice however there may be no baffle or if present it may not be rigid or large. Furthermore the simple summation of the mutual radiation impedance contributions on one projector ignores the presence of intermediate projectors in the array. It was hoped that an experimental investigation would give both the absolute values of the interaction effects as well as showing the relative importance of the above simplifying assumptions when dealing with a practical array.

The experiment was started in 1958 and a number of results have been obtained. It was primarily designed to measure the total radiation impedance of individual rigid piston sound projectors when they are vibrating as elements of an array in water. With this information it should then be possible to design arrays with high values of resistive loading, enabling the available electrical power to be efficiently dissipated as acoustic power in the loading medium. Only projectors with acoustically small radiating faces were of interest where the interaction effects between such elements in an array were expected to be considerable. The projectors chosen resonate near 18 kc/s and at this frequency the width of their square radiating faces is about  $\lambda_w/6$  ( $k_w a = 1.050$ ). It is not the purpose of this paper to describe the experiment in detail (see [5]) nor to publish all the results but to describe the investigation of an anomaly which may occur when sound projectors of this size are driven in an array. The anomalous behaviour of the projectors was observed in November 1959 and was reported in a letter to "Nature" in April 1960 [6].

As reported in "Nature" the anomaly is observed when measurements of the electrical admittance of one projector in an array are made near resonance when all the projectors are being driven by the same voltage. Instead of approximating to a circle, indicating a nearly constant radiation impedance, the diagram shows admittance values varying greatly

with frequency, including the generation of negative conductance values over part of the frequency range. The diagram will become circular only when there is a unique value of projector radiation impedance independent of the position of a projector in the array (e.g. a square array containing four projectors).

In the letter the writer put forward the hypothesis that the behaviour was due to changes in the phase and amplitude of the radiating face velocities of neighbouring projectors near resonance. The initial small change would arise because in general the total radiation impedance of each projector in an array is not constant, but depends on its position in the array even though the projectors may have comparable velocities. Now at resonance the mechanical impedance of projectors with low mechanical loss is nearly zero so that the difference in total radiation impedance seen by each projector will cause the required small differences in velocity to be produced. Since we are dealing here with projectors whose radiating faces are small in terms of the wavelength of sound in the loading medium (water) the mutual impedance terms will be dominant. These terms depend on the complex velocity quotient of neighbouring projectors so that any change in these velocities will cause a corresponding change in total radiation impedance. This will react back and further increase the difference in phase and modulus of the velocity of neighbouring projectors. It was believed that through this iterative process very large changes in total radiation impedance and velocity were being generated in the steady state near resonance. For this reason a full investigation of the anomaly is of great practical importance since the variation in these quantities will drastically reduce the radiated power of an array and may cause the breakdown of projectors or generator as their mechanical and electrical tolerances are exceeded.

The method adopted to investigate the anomaly is quite simple. It is assumed, as in the above hypothesis, that the first-order total radiation impedance equation adequately describes the behaviour of that quantity in practice, i.e.

$$F_i = Z_{ii} v_i + Z_{ij} v_j + \dots + Z_{in} v_n,$$

so that

$$Z_i = Z_{ii} + Z_{ij} \frac{v_j}{v_i} + \dots + Z_{in} \frac{v_n}{v_i}. \quad (1)$$

If this equation is now used in conjunction with an accurate equivalent circuit it should be possible to reproduce an electrical admittance diagram by mathematical computation showing the same anomalous behaviour as the measured diagram. If the



form of the diagrams are similar then it is an easy matter to investigate the anomaly since all the relevant parameters such as total radiation impedance and velocity have already been computed for the above comparison of electrical admittance. The solution of the complex radiating face velocities by mathematical analysis will in general depend on the solution of  $2n$  linear simultaneous equations (for an array containing  $n$  asymmetrically placed projectors), so that for the investigation of the hypothesis a simple array configuration was used containing five projectors in a cruciform pattern (see Fig. 1). For a constant driving voltage there are

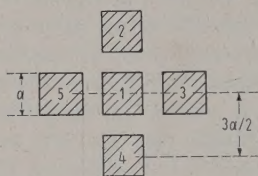


Fig. 1. Configuration of five-projector cruciform array.

only two discrete values of complex radiating face velocity in this configuration and only four linear simultaneous equations have to be solved by the computer. Furthermore the centre projector has a very large mutual radiation impedance due to the presence of the outer four which should produce very marked variations in the electrical admittance of that projector near resonance.

The paper is divided into seven Sections which lead logically from one to another. Section 2 gives a brief outline of the experimental procedure including a description of the projectors used and the method of measurement; in Section 3 the observation of the anomalous behaviour of the electrical admittance of the projectors in arrays is described. The method of investigating the anomaly is, as stated above, to compare the measured and computed electrical admittance diagrams for a five-projector cruciform array so that in Section 4 the measured electrical admittance diagrams of the individual projectors working in the five-projector array are given. These measurements will then be compared in Section 5 with those computed from a knowledge of the equivalent circuit of the projectors allied to radiation impedance data (for use in eq. (1)) already obtained from previous measurements [5]. It is found that the comparison obtained between the measured and computed electrical admittance is good so that the formation of the anomaly can be explained in Section 6, since all the relevant parameters have already been computed. Conclusions and suggested palliatives to minimise the effects of the anomaly or overcome them are given in Section 7.

## 2. Brief description of the total radiation impedance experiment

In order to evaluate the radiation impedance at the radiating face of a projector from a measurement of the change in its electrical admittance near resonance, the projector used must be of a simple design. The equivalent circuit simulating the electrical and mechanical network between the input terminals and the diaphragm can then be calculated with reasonable accuracy.

The projectors used for the main investigation (the same projectors are used for the five-projector cruciform array) are composed of only two parts: a  $45^\circ$  Z-cut ammonium dihydrogen phosphate crystal cemented to a flint-glass piston with a square radiating face (see Fig. 2). This unit slides into a

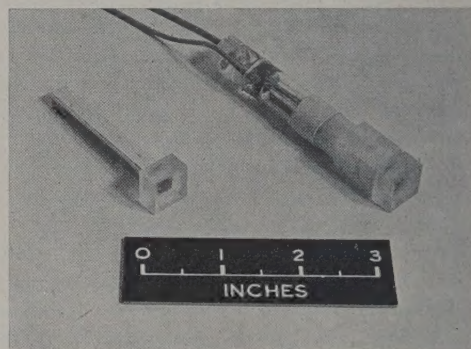


Fig. 2. 18 kc/s rigid piston A.D.P.-Glass projector,  $k_w a = 1.050$ .

perspex tube and is held at the node by small brass clamps which also carry the driving current. A latex rubber sheath is then cemented to the glass head and perspex body and a coating of nitrile rubber applied to preserve the latex. The projectors are inertia driven and resonate at 18.168 kc/s at  $20^\circ\text{C}$  with a frequency tolerance of 0.05% (this can be improved to 0.01% by selection for small arrays). They have a mechanical  $Q$  of about 500 in air. The square radiating face has a side  $a = 1.40$  cm, so that  $k_w a = 1.050$  in water at  $20^\circ\text{C}$ . All moving parts of the projector, excluding the radiating face, move in air contained in the perspex tube when the projectors are working in water, i.e. into a fully "pressure-release" medium. These projectors are mounted as elements of an array and measurements are made in a large anechoic tank (see Fig. 3). For all the measurements referred to in this paper the projectors were driven at a constant 0.3 V r.m.s.

The associated electronic equipment allows all the projectors in an array to be driven in an identical manner and at the same time the electrical admittance at the input terminals of one projector can be



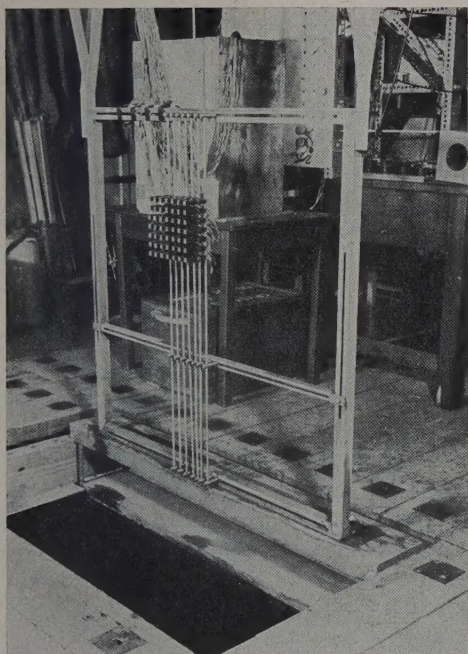


Fig. 3. A square 49-projector array ready to be lowered into the anechoic water tank. Separation distance between centres is  $2a$ .

measured while it is being driven. Input frequency can be adjusted and held constant to  $0.001\%$  and a phase comparator, accurate to about  $\frac{1}{2}^\circ$ , ensures

that the projector being measured is being driven in phase with its neighbours.

Measurements of the electrical admittance of a projector are made near its resonant frequency and the results are plotted as an admittance diagram. If the diagram is a circle, indicating a constant radiation impedance, both the mechanical  $Q$  and resonant frequency of the projector are determined from it. The radiation resistance and reactance are then evaluated from the measurement of  $Q$  and resonant frequency by use of an electrical simulator containing the equivalent circuit of the projector. From a comparison with the RAYLEIGH formula for a circular rigid piston vibrating in a rigid baffle it appears that the absolute values of radiation resistance are accurate to within  $5\%$  and those of reactance to  $6\%$ . The displacement of the pistons has been measured in air across a centre line and along an edge and is constant in direction, the greatest change in amplitude from the mean is  $3.5\%$  [5].

### 3. Observation of the anomaly

The anomaly was first observed when measurements were made on projectors vibrating as elements of plane square arrays (see Fig. 3). It was found to be always present, its magnitude depending on the position of the measured projector in the array and the separation distance between projec-

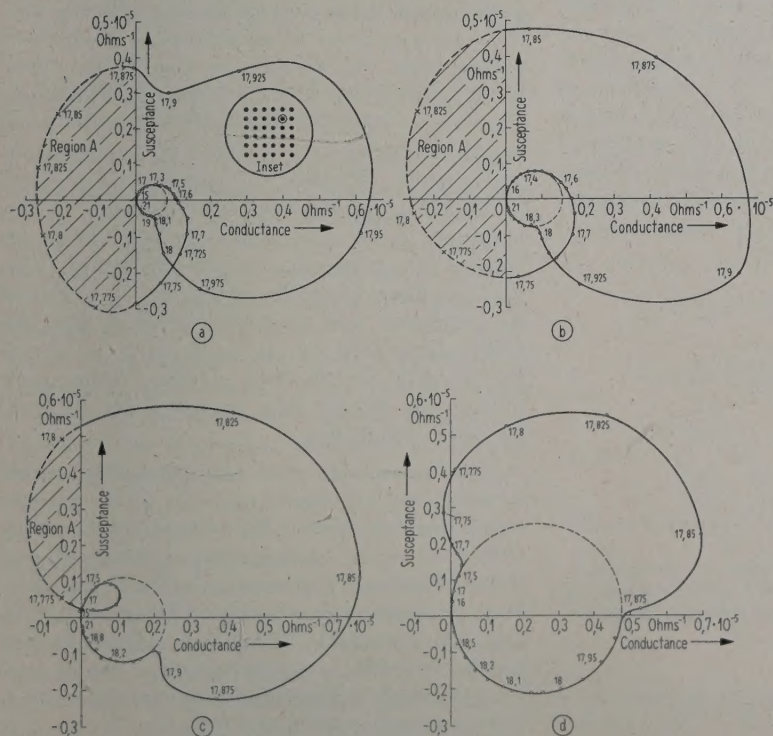


Fig. 4.

Electrical admittance diagrams of one projector in a square 36-projector array as a function of the separation distance between projectors. The position of the measured projector is unchanged and is shown ringed in the inset in Fig. 4a. Frequency in kc/s. In region "A" the susceptance values are known but not the negative conductance values.

- (a) Distance between centres =  $19a/16$ .
- (b) Distance between centres =  $3a/2$ .
- (c) Distance between centres =  $2a$ .
- (d) Distance between centres =  $5a/2$ .



tors. Edge projectors were less affected since the values of mutual radiation impedance were smaller than for those nearer the centre of the array.

Fig. 4 shows four typical electrical admittance diagrams for the same projector mounted in the same position of a square 36-projector plane array. The position of the projector is shown ringed in the inset and each diagram corresponds to a different separation distance between the centres of neighbouring projectors. As one would expect the anomalous behaviour is most marked when this separation distance is a minimum. When making these measurements it was not possible to determine the negative conductance values occurring in the regions marked "A" but only the susceptance. This has since been rectified and the electrical admittance diagrams of the five-projector cruciform array include measurements of negative conductance. In these regions marked "A" it is important to realise that energy is no longer being dissipated but is being absorbed acoustically from other projectors through the water coupling. The off-resonance frequencies in Fig. 4 do lie on well-defined circles showing that in this frequency region the total radiation impedance is constant. From a measurement of the diameter of this circle and the use of the equivalent circuit simulator it has been possible to obtain the value of the total radiation resistance of projectors working in the array at these frequencies.

However if the projector is part of a symmetrical array in which the sound field conditions are the same for each projector irrespective of its position, e.g. in arrays containing only two projectors, or four projectors in a square, or three projectors in an equilateral triangle, or a circular annulus of projectors, then the electrical admittance diagram will be a circle showing that the total radiation impedance is constant. Fig. 5 is an example of this and

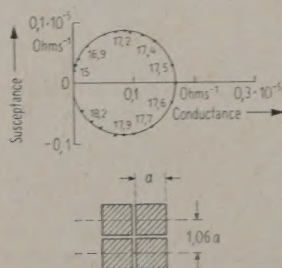


Fig. 5. Electrical admittance diagram of one projector in a square four-projector array. Frequency in kc/s. Separation distance between centres is  $1.06a$ .

gives the admittance circle of one projector in a square four-element array where the distance

between the centres of neighbouring projectors is only  $1.47 \text{ cm} = 1.05a = 0.18\lambda_w$ .

As a result of observations of the anomaly in the present investigation, and on other occasions with different projectors, the following conditions must all be satisfied for the anomaly to occur:

- The configuration of the array must be such that there is no unique value of projector radiation impedance.
- The projector diaphragms must be small in terms of the wavelength of sound in the medium into which they are radiating (say  $< \lambda_w/3$ ), in order that the mutual impedance values should be dominant.
- The projectors should be reasonably close to one another (say  $< 2\lambda_w/3$ ), in order that the mutual impedance values should be dominant.
- The mechanical resistance of the individual projectors should be low; this is equivalent to a high mechanical  $Q$  value in air for a given design. The anomaly has been observed using inertia-driven piston projectors with a mechanical  $Q$  value as low as 50.

#### 4. The five-projector array

To test the hypothesis stated in the Introduction to this paper it was decided to investigate the anomaly using an array of simple design. A cruciform configuration was chosen (see Fig. 1), the centre projector would thus have a large mutual radiation impedance,  $4Z_{12}v_2/v_1$ , and yet the calculations would be comparatively simple since only two discrete complex radiating face velocities are involved. Computations of the electrical admittance of the projectors in this array were made based on the use of an accurate equivalent circuit and known radiation impedance data (for use in eq. (1)). Should the computed and measured electrical diagrams agree in form then it is an easy matter to investigate the anomaly further since all the relevant parameters have already been computed for the comparison of admittance.

The measured electrical admittance diagrams for a central and an outside projector in the five-projector array are given in Figs. 6 and 7. Fig. 6 shows clearly the anomalous behaviour of the central projector where large negative conductance values have been measured over a narrow frequency band. In Fig. 7 the anomaly is still much in evidence leading to the generation of high positive conductance values at those frequencies where energy is being absorbed by the central projector.



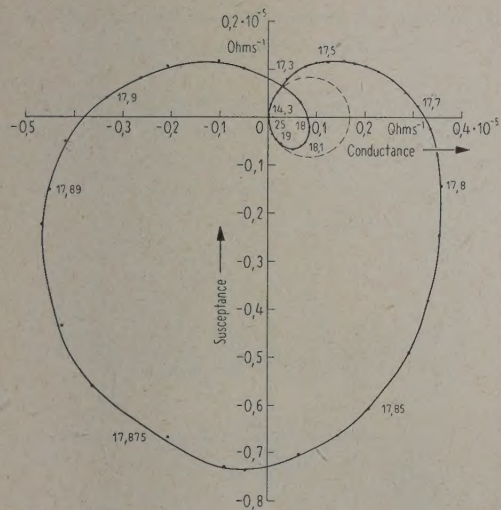


Fig. 6. Measured electrical admittance diagram of the centre projector in the five-projector cruciform array. Frequency in kc/s.

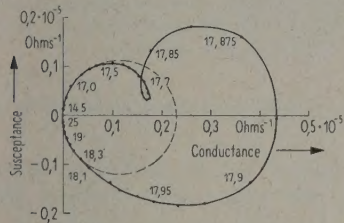


Fig. 7. Measured electrical admittance diagram of an outside projector in the five-projector cruciform array. Frequency in kc/s.

### 5. Computation of electrical admittance for the five-projector array

In order to compute the radiating face velocities, total radiation impedance and electrical admittance of the projectors in the five-element array, the measured projector is replaced by its equivalent electromechanical circuit [7], shown in Fig. 8 a.  $\Phi$  is the transformation coefficient linking the electrical circuit on the left to the mechanical or motional circuit on the right. The driving voltage  $V$  at the terminals of the equivalent circuit is held constant in amplitude and phase and is used as the phase reference for the diaphragm velocity  $v_j$ . As the total radiation impedance,  $Z_i$ , is a function of the velocities of all five projectors, the individual equivalent circuits, each representing one projector in the array, are in fact coupled together.

In Fig. 8 a the mechanical circuit of the A.D.P. crystal is given by two block reactances. Across these reactances is placed a mechanical transmission line, representing the flint-glass head, terminated by the total radiation impedance of the loading medium at the radiating face of the projector. In Fig.

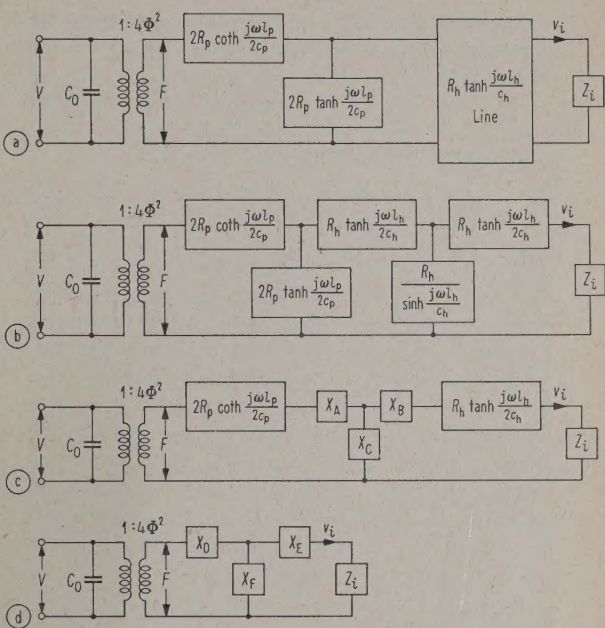


Fig. 8. Equivalent electro-mechanical circuit of the 18 kc/s A.D.P.-Glass projector.

8 b the transmission line has been replaced by its equivalent T-section. In Fig. 8 c the central  $\pi$ -section of the mechanical circuit has been replaced by its equivalent T-section. And finally in Fig. 8 d the equivalent circuit has been further simplified by adding the series reactances; it is in this last form that the equivalent circuit is used for the computations. It should be noted that the block impedances are all reactive (i. e. lossless) except for the total radiation impedance. In other words the equivalent circuit represents a projector which would have an infinite mechanical  $Q$  in vacuo (cf. measured  $Q$  of  $\sim 500$ ).

The value of the block reactances are given by the following equations,

$$\left. \begin{aligned} X_D &= X_A + 2 R_p \coth \frac{j \omega l_p}{2 c_p} \\ X_E &= X_B + R_h \tanh \frac{j \omega l_h}{2 c_h} \\ X_F &= X_C \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

where

$$\begin{aligned} X_A &= \frac{X_B}{2 R_p R_h \tanh \frac{j \omega l_p}{2 c_p} \tanh \frac{j \omega l_h}{2 c_h} - \frac{1}{2} R_h^2 \operatorname{sech}^2 \frac{j \omega l_h}{2 c_h}} \\ &= \frac{X_C}{2 R_p R_h \tanh \frac{j \omega l_p}{2 c_p} \operatorname{cosech} \frac{j \omega l_h}{c_h}} \\ &= \frac{1}{2 R_p \tanh \frac{j \omega l_p}{2 c_p} + R_h \coth \frac{j \omega l_h}{c_h}} \end{aligned} \quad (3)$$



From eq. (1) the total radiation impedance on the centre projector is

$$Z_1 = Z_{11} + 4 Z_{12} \frac{v_2}{v_1}, \quad (4)$$

and on any outside projector is

$$Z_2 = Z_{12} \frac{v_1}{v_2} + (Z_{11} + 2 Z_{23} + Z_{24}). \quad (5)$$

Values of the self radiation impedance  $Z_{11}$  and the radiation impedance coefficients  $Z_{12}$ ,  $Z_{23}$ ,  $Z_{24}$  were obtained from a previous experiment in the series [5] where the total radiation resistance and reactance between two projectors was measured as a function of their separation distance. Fig. 9 gives the results of this experiment and also includes the value of the self radiation impedance measured. The mutual radiation impedance coefficients are obtained by subtracting the self radiation impedance from the total radiation impedance for the required separation distance between the projectors.

By simple circuit analysis the value of the diaphragm velocity  $v_i$  of a projector can be given in terms of the force  $F$  driving the mechanical circuit (in phase with  $V$ ) and the impedances  $X_D$ ,  $X_E$ ,  $X_F$  and  $Z_i$  (see Fig. 8 d) i.e.

$$v_i = \frac{F}{Z_i + X_E + \frac{X_D}{X_F} (Z_i + X_E + X_F)}. \quad (6)$$

Since  $Z_i$  is also a function of diaphragm velocity we get the following two complex equations for  $v_1$  and  $v_2$  from the use of eqs. (4), (5) and (6),

$$\left. \begin{aligned} F &= 2 \Phi V = v_1 \left[ Z_{11} + X_E + \frac{X_D}{X_F} (Z_{11} + X_E + X_F) \right] + 4 Z_{12} v_2 \left( 1 + \frac{X_D}{X_F} \right) \\ \text{and} \\ F &= 2 \Phi V = Z_{12} v_1 \left( 1 + \frac{X_D}{X_F} \right) + v_2 \left[ (Z_{11} + 2 Z_{23} + Z_{24} + X_E) \left( 1 + \frac{X_D}{X_F} \right) + X_D \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

These two complex equations yield four linear simultaneous equations for the real and imaginary parts of  $v_1$  and  $v_2$  which are solved by an electronic computer using the method of successive elimination of the variables.

From Fig. 8 d the electrical admittance of the  $i^{\text{th}}$  projector is (neglecting  $C_0$ ),

$$Y_i = \frac{4 \Phi^2 (X_E + Z_i + X_F)}{X_D (X_E + Z_i) + X_F (X_D + X_E + Z_i)}. \quad (8)$$

This is reduced to its real and imaginary parts for plotting as a function of frequency on an electrical admittance diagram,

$$Y_i = \frac{R_i \gamma^2 - j[(x_i + \beta + \gamma)(\alpha \beta + \alpha \gamma + \beta \gamma + \alpha x_i + \gamma x_i) + R_i^2(\alpha + \gamma)]}{(\alpha \beta + \gamma \alpha + \beta \gamma + \alpha x_i + \gamma x_i)^2 + R_i^2(\alpha + \gamma)^2} \times 3.68 \times 10^{-2} \Omega^{-1} \quad (9)$$

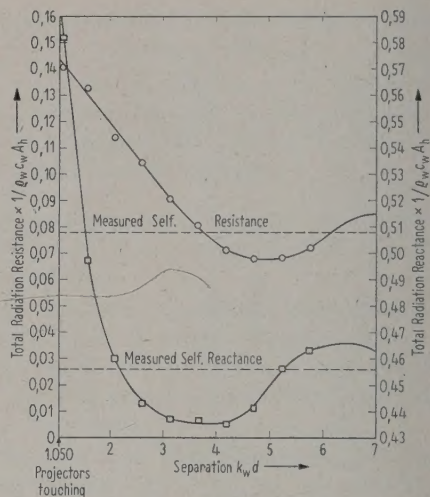


Fig. 9. Measured total radiation impedance between two rigid square pistons without a baffle as a function of separation distance. 18 kc/s A.D.P.-Glass projectors,  $k_w a = 1.050$ .

○ Total radiation resistance.  
□ Total radiation reactance.

where the symbols used are interpreted in the glossary.

The computations were carried out on the Admiralty Research Laboratory's Ferranti PEGASUS Computer. Values of  $X_D$ ,  $X_E$ ,  $X_F$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Y_1$  and  $Y_2$  were computed by the machine for 80 discrete frequencies between 14 and 21 kc/s. The order of computation is as follows:

- 1) Computation of block reactances  $X_D$ ,  $X_E$  and  $X_F$  from eqs. (2) and (3).
- 2) Computation of complex diaphragm velocities  $v_1$  and  $v_2$  from the solution of eq. (7).
- 3) Substitution of  $v_1$  and  $v_2$  in eqs. (4) and (5) to give the total radiation impedances  $Z_1$  and  $Z_2$ .
- 4) Substitution of the block reactances  $X_D$ ,  $X_E$ ,  $X_F$ , and the total radiation impedances  $Z_1$  and  $Z_2$  in eq. (9) to give the electrical admittance of both the central projector and an outside projector.



## 6. The formation of the anomaly explained by the computer results

The electrical admittance calculated for the central projector and an outside projector of the five-projector cruciform array is plotted in Figs. 10 and 11 as a function of frequency. The shape of these

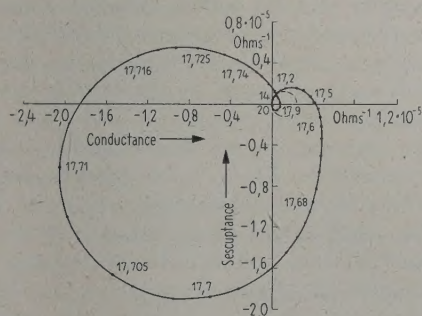


Fig. 10. Computed electrical admittance diagram of the centre projector in the five-projector cruciform array.

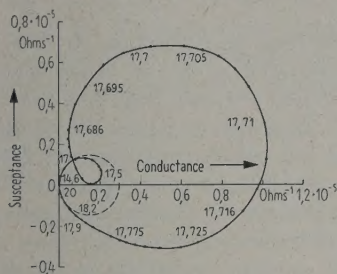


Fig. 11. Computed electrical admittance diagram of an outside projector in the five-projector cruciform array. Frequency in kc/s.

two diagrams is in good agreement with the respective measured electrical admittance diagrams shown in Figs. 6 and 7. The radical departure from constant radiation impedance conditions (i.e. a circle locus) produced by the anomaly is very clearly shown. The difference in size between the computed and measured diagrams is primarily due to the infinite  $Q$  of the theoretical circuit when  $Z_i \rightarrow 0$  compared with the finite  $Q$  of the measured projectors (i.e.  $\sim 500$ ). There is also a small error in size due to the value of the transformation coefficient  $\Phi$ , which is used to convert mechanical units to electrical units; the electrical admittance is proportional to  $4\Phi^2$  times the mechanical admittance (eq. (8)).

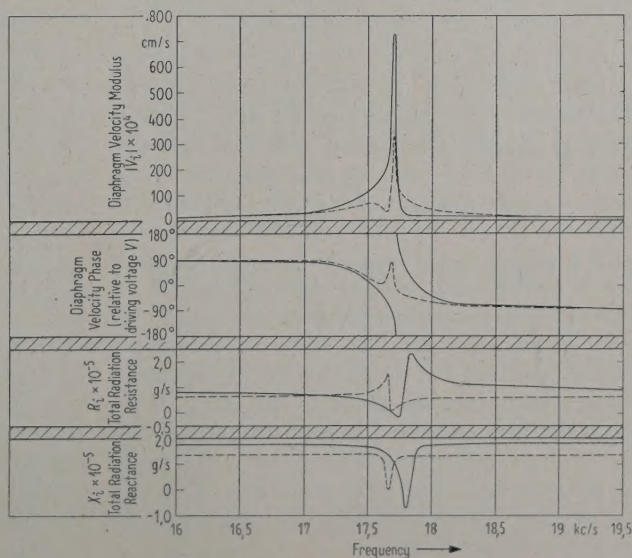
The agreement obtained shows that the equivalent circuit, combined with the first-order total radiation impedance equations, adequately describes the anomalous behaviour of the five-projector array.

Because of the agreement in form between the computed and measured electrical admittance diagrams, it is immediately possible to explain the generation of the anomaly since all the relevant parameters have already been computed to produce the electrical admittance diagrams. These parameters are shown in Fig. 12 as a function of frequency, where the resonant frequency is near 17.7 kc/s.

As already mentioned, for the anomaly to be present the projector used must have low mechanical resistance and a radiating face which is acoustically small. The first requirement ensures that the degree of velocity control affected by the mechanical impedance of the projector is small at resonance. The second ensures that the mutual radiation impedance terms,  $Z_{ij} v_j / v_i$ , which are dependent on the complex

Fig. 12. Computer results for the investigation of the five-projector array anomaly. Results for the central and outside projectors are given by the continuous and dashed curves respectively.

— Central projector.  
--- Outside projector.





quotient of velocity, are the dominant components in the total radiation impedance of a projector.

The effect of these two basic factors is clearly seen in Fig. 12 which will now be described in detail.

In Fig. 12, at off-resonant frequencies where the phase and amplitude of the radiating face velocities are controlled by the mechanical impedance of the projector, the complex velocity quotients are unity. But, near resonance where the mechanical impedance is small, the phase and amplitude of the velocities will be largely determined by the total radiation impedances which are not the same for the central and outside projectors. So that as resonance is approached the phases and moduli of  $v_1$  and  $v_2$  will move apart (see velocity phase and velocity modulus curves in Fig. 12). The change in argument and modulus of their complex quotient will alter the total radiation impedance which in turn will further change the phases and moduli of  $v_1$  and  $v_2$ . In this iterative manner the radiation reactance of the outside projectors has been reduced to zero at 17.67 kc/s (see the total radiation reactance curve in Fig. 12 for the outside projectors), causing the mechanical reactance of the outside projectors to revert to its original negative, i.e. "capacitive", condition prior to resonance where the velocity leads the applied voltage by  $90^\circ$  (see velocity phase curve in Fig. 12). Thus the difference in phase between the central and outside projectors is now over  $90^\circ$  resulting in a negative mutual radiation resistance term for the central projector,  $R_4 Z_{12} v_2/v_1$  (see eq. (4)), which soon becomes larger than the positive self radiation resistance  $R_{11}$ . When this occurs the total radiation resistance of the central projector is negative (see total radiation resistance curve in Fig. 12 for the central projector at 17.7 kc/s),  $v_1$  and  $v_2$  are  $180^\circ$  out of phase, and energy is being absorbed by the central projector from the four outside projectors through the water coupling. Because the negative mutual radiation resistance values of each projector at this frequency (17.7 kc/s) are nearly equal to the positive self-radiation resistance values the total radiation resistance of each projector is near zero, so that with negligible water loading and constant input voltage the radiating face displacements become excessive (see velocity modulus curves for both the central and outside projectors at 17.7 kc/s). As the frequency further increases, the modulus and phase of the radiating face velocities of the central and outside projectors start to approach one another. This is due to the increase in mechanical impedance of the projectors away from resonance, its value being the same for each projector.

## 7. Conclusions

For the anomalous behaviour to be of importance the following requirements must all be met:

- 1) The projectors used should have low mechanical loss, i.e. for an inertia-driven piston assembly the mechanical  $Q$  should be  $> 50$ .
- 2) In order that the mutual radiation impedance terms should be predominant, the radiating face dimensions must be considerably less than the wavelength of sound in the loading medium (i.e., say  $< \lambda_w/3$ ).
- 3) The projectors in the array should be close to one another,  $< 2 \lambda_w/3$ , in order that the coupling between them should be high.
- 4) The configuration of the array must be such that there is no unique value of projector total radiation impedance.

The anomaly produces the following effects on the projectors working in the array, the magnitude of these effects depending on the above requirements:

- 1) The radiating face velocities, or displacements, of neighbouring projectors at resonance became out of phase and very large increases in moduli occur. (In the investigation described here the central and outside projectors are  $180^\circ$  out of phase at 17.71 kc/s, and the modulus of the central projector is about seven times its normal value at this frequency.)
- 2) Energy supplied electrically to the array near resonance is redistributed acoustically through the water coupling between projectors. (Again at 17.71 kc/s the central projector is being driven as a hydrophone by the four outside projectors.)
- 3) There is a large variation in the total radiation impedance of projectors with frequency near resonance. Projectors may be completely unloaded and negative values of both total radiation resistance and reactance have been observed.

It is believed that the phenomena are of great practical importance and that in extreme cases they could have the following results:

- 1) The ultimate mechanical strength of the projectors (crystal, ceramic or electro-magnetic) may be exceeded due to the large radiating face displacements produced by working into small positive or negative radiation impedances at resonance.
- 2) Electrical breakdown of generators or projectors may occur when the maximum voltage or cur-



rent levels are exceeded by working into small positive or negative loads at resonance.

The severity of these effects will depend on the requirements listed in this section and also on the mechanical design of the projector, the form of generator used, and on the electrical driving circuits. For piezoelectric transducers the constant voltage, i.e. constant force, drive produced by parallel electrical connection between elements will be the most harmful; whereas in an array of electromagnetic transducers constant current, i.e. constant force, drive produced by series electrical connection will be worst. In a practical array the measure of power matching obtained between generator and array impedance will have a beneficial effect. It should also be remembered that in the present investigation no effort was made to swing the radiated acoustic beam by electrical phasing between elements; due to the very large changes in projector total radiation impedance produced by this method the harmful effects of the anomaly will be considerably increased.

From this discussion of the difficulties and dangers produced by this anomalous behaviour it is important to consider what palliatives or remedies can be employed to overcome the unwanted effects:

- 1) The projectors could be decoupled by moving them further apart in the array.
- 2) Only symmetrical array configurations could be used (i.e., where there is a unique value of projector total radiation impedance independent of position).
- 3) The comparatively narrow band near the resonant frequency could be avoided where the anomaly is found.
- 4) Projector radiating faces could be increased in size (i.e.,  $>\lambda/3$ , to produce an increase in  $Z_{ii}$  and a reduction in  $Z_{ij} v_j/v_i$ ).

Most of these suggestions are straightforward and require little amplification. If 1) is adopted and the projectors moved further apart the off-resonance radiation resistance will fall very markedly so that the useful bandwidth of the system will drop considerably; with an array which is amplitude limited the radiated power will also be very greatly reduced. It is possible to drive a limited number of projectors in a symmetrical array (as suggested in 2)), but it is difficult to see how a large number could be accommodated. This remedy would require close tolerances in the performance of each element since differences in their individual mechanical circuits would also lead to the generation of the anomaly. The third suggestion, apart from the reduction in useful bandwidth, does in general lead to a small

loss in radiated power and efficiency. The writer believes that the fourth suggestion offers the best remedy, that is to avoid the anomalous interaction problem. The self radiation resistance of large radiating faces working without a baffle is already known from previous work in this investigation[5]. It was found that in order to obtain a self radiation resistance approaching  $1/2 \rho c A$  a projector with a radiating  $\sim \lambda/2$  square would be required. A cruciform array of five  $\lambda/2$  projectors has now been completed and it was found that if they are worked about a wavelength apart there are negligible interaction effects. Because of this relatively high self radiation resistance,  $\sim 0.45 \rho c A$  cf. with  $\sim 0.08 \rho c A$  for a  $\lambda/6$  element, they no longer require close packing in an endeavour to obtain a reasonably high acoustic loading on the array.

Before concluding this paper mention should be briefly made of a rather different type of remedy, the use of phase correcting networks on the input to each element in order to maintain identical radiating face velocities. The writer believes that this method suffers from a number of weaknesses which could make it unworkable:

- 1) It is only practical to design phase compensating networks to adjust the phase at one mid-band frequency, i.e. there might still be serious interaction effects either side of the chosen frequency.
- 2) The method assumes, a priori, an exact knowledge of the mechanical circuit of every element in the array including the self and mutual radiation impedances involved. For a low loss, high  $Q$ , array it is extremely unlikely that the necessary accuracy can be obtained.
- 3) It depends on the status quo being maintained, i.e. if one projector failed further computations would be required so that the networks could be rephased. From experience with practical arrays it seems unlikely that the status quo would be maintained for any length of time.

(Received June 14<sup>th</sup>, 1963.)

## References

- [1] KARNOVSKII, M. I., Dokl. Akad. Nauk SSSR **32** [1941], 42.
- [2] KARNOVSKII, M. I., Soviet Phys.-Acoustics **2** [1956], 280.
- [3] KLAPMAN, S. J., J. Acoust. Soc. Amer. **11** [1940], 289.
- [4] PRITCHARD, R. L., J. Acoust. Soc. Amer. **32** [1960], 730.
- [5] RUSBY, J. S. M., Ph.D. Thesis, London University 1962.
- [6] RUSBY, J. S. M., Nature, Lond. **186** [1960], 144.
- [7] MORRIS, G. W. A. and NOTON, M., Private Communication.



# ZUR RAUMAKUSTIK EINER GROSSEN FESTHALLE

(Erfahrungen mit einer elektroakustischen Nachhallanlage)

von E. MEYER und H. KUTTRUFF

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

## Zusammenfassung

Die Festhalle der Farbwerke Hoechst AG (Volumen 75 000 m<sup>3</sup>) besteht im wesentlichen aus einem Kuppeldach aus Beton und einem die Seitenwand bildenden Glaszylinder. Sie bietet Platz für maximal 3500 Personen und wird für sportliche, betriebliche und kulturelle Veranstaltungen aller Art benutzt. Um Echos zu vermeiden, war es notwendig, sie von innen so weit wie möglich schallabsorbierend zu verkleiden. Die Nachhallzeit wird hierdurch auf etwa 1 s reduziert. Bei Musikaufführungen wird die Nachhallzeit durch eine Verhallungsanlage auf einen passenden Wert erhöht. Diese Anlage besteht im wesentlichen aus einem gesonderten Hallraum und zahlreichen Lautsprechern, welche die verhallte Musik im Hauptraum abstrahlen. Messungen sowohl der Nachhallzeit als auch der Schallrichtungsverteilung haben die günstige Wirkung dieser Maßnahmen erwiesen.

## Summary

The festival hall of the Farbwerke Hoechst AG (volume 75.000 m<sup>3</sup>) consists essentially of a concrete dome and a glass cylinder as side wall. There is room for up to 3.500 persons. The hall will be used for all types of sports, cultural and social events. To inhibit the production of echoes the hall had to be provided with a highly absorbent coating on the inside. This reduces the reverberation time to 1 s. For musical performances the reverberation time is increased to an appropriate value by means of a reverberation apparatus. This consists essentially of a separate reverberation room and a great number of loudspeakers radiating the reverberated music into the auditorium. The favorable effect of these installations was proved by measurements of the reverberation time and the directional distribution.

## Sommaire

La salle de fêtes de la Farbwerke Hoechst A.G. (volume 75.000 m<sup>3</sup>) se compose essentiellement d'une coupole en béton et d'un cylindre de verre constituant la paroi latérale. Elle peut recevoir 3.500 personnes au maximum et sert à des réunions sportives, professionnelles et culturelles de toutes sortes. Pour éviter les échos, il a été nécessaire de la revêtir intérieurement de matériaux absorbants. Le temps de réverbération a été ainsi réduit à environ 1 s. Lors d'auditions musicales le temps de réverbération est augmenté jusqu'à une valeur convenable grâce à un dispositif réverbérant. Ce dispositif se compose essentiellement d'une chambre réverbérante séparée et de nombreux haut-parleurs qui diffusent dans la salle principale la musique réverbérée. Des mesures aussi bien du temps de réverbération que de la répartition directionnelle du champ sonore ont montré l'heureux effet de ce dispositif.

## 1. Einleitung

Am 11. Januar 1963 wurde die neuerbaute Festhalle der Farbwerke Hoechst AG in Frankfurt-Hoechst offiziell ihrer Bestimmung übergeben. Errichtet als Monument zum hundertjährigen Bestehen des Unternehmens, wird sie in Zukunft als Mehrzweckhalle für betriebliche, kulturelle und sportliche Veranstaltungen dienen. Das heißt, sie wird nicht nur als Sporthalle, als Kongreßhalle und als Halle für gesellige Veranstaltungen verwendet, sondern in ihr finden gleichermaßen auch Filmvorführungen, Kabarett- und Varietévorstellungen sowie musikalische Darbietungen aller Art statt. Im letzteren Fall reicht die Skala vom Kammerkonzert bis zur Aufführung großer Orchester- und Chorwerke.

Schon die Vielzahl und die Verschiedenheit dieser ins Auge gefaßten Verwendungsarten der Festhalle werfen schwerwiegende raumakustische Probleme auf. Bei einer Sporthalle steht die Raumakustik praktisch im Dienst der Lärmbekämpfung; entsprechende Maßnahmen müssen eine möglichst weitgehende akustische Bedämpfung des Raums zum Ziel haben. Bei Sprachdarbietungen dagegen kann auf schallharte Flächen nicht verzichtet werden, da die an ihnen erzeugten Schallrückwürfe entscheidend zur Schallversorgung der Zuhörerschaft beitragen. Musikaufführungen schließlich erfordern aus ästhetischen Gründen einen Aufführungsraum, der darüber hinaus einen nicht zu kurzen, in seiner Dauer möglichst nach der Musikgattung gestaffelten Nachhall aufweist.



Die entscheidenden akustischen Schwierigkeiten wurden bei dem vorliegenden Projekt aber erst durch die von vornherein beabsichtigte Denkmaleigenschaft des Bauwerks bedingt. Die Festhalle (Architekt: Prof. Dr. F. W. KRAEMER, Braunschweig) hat nämlich die Gestalt einer flachen Kuppel mit einem kreisförmigen Grundriß und dem wahrhaft monumentalen Rauminhalt von nahezu 80 000 m<sup>3</sup>. Bedenkt man, daß der größte Konzertsaal in Europa, die Royal Festival Hall in London, sich mit 22 000 m<sup>3</sup> begnügen muß, dann wird offenbar, daß die Festhalle nicht mit herkömmlichen raumakustischen Mitteln gestaltet werden konnte. Es erwies sich vielmehr als notwendig, in weit höherem Maß elektroakustische Hilfsmittel einzusetzen, als das sonst der Fall ist. Insbesondere wird die Nachhallregulierung ausschließlich auf elektroakustischem Weg vorgenommen.

Da Mehrzweckhallen von solchen Dimensionen und mit derartigen elektroakustischen Anlagen nicht sehr verbreitet sind, sollen die getroffenen akustischen Maßnahmen und die damit gesammelten Erfahrungen nachfolgend beschrieben werden.

## 2. Beschreibung des Bauwerks

Der am meisten ins Auge fallende Teil des Gebäudes ist eine kugelkalottenförmige Betonkuppel (siehe Bild 1 a bis c), deren Krümmungsradius 50 m beträgt und die eine Scheitelhöhe von über 25 m über dem Hallenfußboden hat. Hieraus errechnet sich ein Grundkreis von knapp 87 m Durchmesser. Allerdings liegt die Kuppel mit ihrem Gesamtgewicht von etwa 4400 t nicht rundum auf diesem Grundkreis auf, sie ruht vielmehr auf sechs mächtigen Widerlagern. Dazwischen spannen sich flache Segmentbögen mit 5,50 m Höhe und einer Spannweite von 45 m. Die Kuppel bildet somit im wesentlichen das Dach der Halle; ihren seitlichen Abschluß findet sie durch einen Glaszylinder von 6 m Höhe und einem Durchmesser von 78 m, der an seiner Oberkante mit der Kuppel zusammenstößt. Das Gesamtvolumen der Festhalle beträgt 74 700 m<sup>3</sup>.

An der Peripherie des Raumes befindet sich ein etwas über 1 m hohes Podium mit einer Fläche von 250 m<sup>2</sup>. Es wird zu beiden Seiten von zwei Bühnentürmen aus Beton flankiert, die bis zur Podiumsdecke reichen. Die Rückwand ist zylindrisch gekrümmt mit einem Radius von 30 m; sie besteht aus großen Eternitplatten, die eine 20 cm tiefe Profilierung aufweisen.

Dem Podium gegenüber (vergleiche Bild 1 b) liegt eine Tribüne mit Sitzreihen, die unter einem Winkel von 18° ansteigen. Sie bietet bei dichter Bestuhlung Platz für etwa 900 Personen; wahlweise kann auch für Bankette eine Tischbestuhlung mit entsprechend weniger Plätzen vorgenommen werden. Eine 1,50 m hohe Betoneinfassung bildet den seitlichen und hinteren Abschluß der Tribüne, an ihrer Vorderseite befindet sich eine 65 cm hohe Betonbrüstung, die ein niederes Geländer trägt. Die Oberkante der Brüstung liegt 2,80 m über dem Fußboden. Die Entfernung Vorderkante Podium-Tribünenbrüstung beträgt 31,5 m; der hinterste

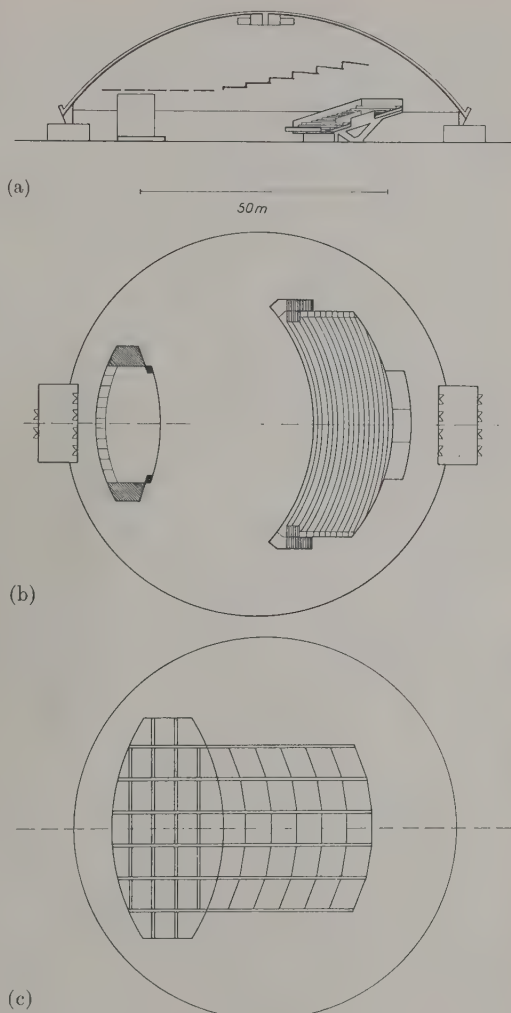


Bild 1. Längsschnitt (a), Grundriß (b) und Aufteilung der Sichtdecke (c) der Festhalle.

Zuhörer auf der Tribüne sitzt etwa 54 m von der Mitte des Podiums entfernt. — Hinter der letzten Sitzreihe der Tribüne befindet sich eine Regiekabine mit einer Querabmessung von 22 m; sie überragt die hintere Tribüneneinfassung um 2,30 m. Alle dem Podium zugewandten Flächen der Tribüne sind zylindrisch gekrümmt mit einem Radius von 36 m.

Ebenfalls fest eingebaut ist eine abgehängte Decke, die aus einzelnen Platten wechselnder Höhe und Neigung besteht. Ihre Anordnung geht aus Bild 1 a und 1 c hervor. Jede dieser Platten besteht aus einer zweischaligen, durch Fachwerk versteiften Konstruktion, die auf ihrer Unterseite mit einer schwach profilierten Abdeckung aus Hostalit Z verkleidet ist. Der ovale, über der Podiumregion gelegene Teil dieser Decke ist völlig eben und hat eine Höhe von 10 m über dem Fußboden. Der anschließende, aus 6 Reihen zu je 5 Platten bestehende Teil steigt stufenförmig an bis zu einer Höhe von 14,5 m über dem Fußboden; gleichzeitig wird die Neigung der einzelnen Elemente immer stärker. Diese Decke dient gleichzeitig klimatechnischen, beleuchtungs-



technischen und akustischen Zwecken. Von den letzteren wird unten noch die Rede sein.

Das im Deckenplan (Bild 1 c) als Oval in Erscheinung tretende Gebiet kann durch einen Rundvorhang vom übrigen Raum abgetrennt werden. Es ist daran gedacht, in diesem etwa 7000 m<sup>3</sup> großen Teilraum kleinere Veranstaltungen stattfinden zu lassen.

Der Fußboden der Halle besteht aus hohl liegendem Parkett, was übrigens erheblich zur Schallabsorption bei tiefen Frequenzen beiträgt.

Wie schon erwähnt, faßt die Tribüne maximal etwa 900 Zuschauer. Auf der zwischen Tribüne und Podium gelegenen Fläche können weiterhin bis zu 2500 Zuschauer untergebracht werden. Diese Bestuhlungsart kann für Kongresse und Versammlungen angewandt werden. Bei Konzerten dagegen sollte die Gesamtzuhörerzahl nicht über 2000 liegen. Die Halle ist aber auch als Sporthalle mit Spielflächen von bis zu 23 m × 45 m zu benutzen; in diesem Fall können 1200 Zuschauer auf der Tribüne und auf dem Podium Platz finden. Bei reiner Tischbestuhlung können maximal 2000 Personen untergebracht werden. Es besteht weiterhin die Absicht, bei gewissen Veranstaltungen mit einem in Raummitte aufzubauenden Rundpodium zu arbeiten, das ringsum von Zuschauern umgeben ist.

Der Vielseitigkeit der Halle entsprechend kam nur bewegliches Gestühl in Frage. Der einzelne Stuhl besteht aus einem Stahlgerüst mit leichter Sitz- und Rückenpolsterung. Als Polstermaterial wurde Schaumgummi verwendet, der Bezugstoff ist aus einem Trevira-Zellwollegemisch hergestellt.

Der ganze, bisher beschriebene Bauteil erhebt sich über einer Plattform, welche die Decke eines darunter liegenden, ebenerdig zu betretenden Geschosses bildet. Dieses Sockelgeschoß mit einer Geschoßhöhe von 4 m enthält eine Eingangshalle mit einer Garderobe für 3500 Personen sowie alle für den Betrieb der Halle erforderlichen Nebenräume und technischen Anlagen. Von diesem Geschoß aus führen vier Treppen in die „Wandelzone“. Hierunter ist der hinter und unter der Tribüne liegende Hallenteil zu verstehen. — Das Hallengeschoß kann übrigens auch durch eine 8 m breite Freitreppe erreicht werden.

### 3. Grundsätzliches zur raumakustischen Gestaltung

Überschlägliche Nachhallberechnungen für die Festhalle, bei denen man wohl das von Kuppel und Glaszylinder begrenzte Volumen als Ganzes behandeln darf, führen auf Werte von über 5 s, wenn man von einer mit Personen besetzten Fläche von 2000 m<sup>2</sup> ausgeht.

Dieser Nachhall ist nicht nur für alle in Frage kommenden Verwendungszwecke der Halle zu lang; es ist außerdem zu befürchten, daß er wegen der langen, ihn verursachenden freien Weglängen in keinem vernünftigen Zusammenhang mit dem primären Schallereignis steht. Insbesondere besteht die Gefahr eines sich zwischen Decke und Kuppel ausbildenden „Sondernachhalls“, der, einmal angeregt, ein in jeder Beziehung unerwünschtes „Eigenleben“ entfalten könnte.

Über die vom geometrisch-akustischen Standpunkt bedenkliche Wirkung von kuppelförmigen Decken braucht hier nichts gesagt zu werden; dasselbe gilt für den Glaszylinder, für die Tribünenbrüstung und die Vorderfront der Regiekabine. Die letztere zum Beispiel könnte unter Mitwirkung der Decke zur Entstehung störender Echos in der Podiumsregion führen. Impulsmessungen, die im Rohbauzustand (allerdings ohne Regiekabine) vorgenommen wurden, bestätigten diese Befürchtungen im vollen Umfang.

Eine raumakustische Gestaltung der Festhalle<sup>1</sup> war daher nur folgendermaßen zu bewerkstelligen: Die ganze Kuppel mußte schallabsorbierend verkleidet werden, und die Schallreflexionen vom Glaszylinder und von den anderen gekrümmten Flächen mußten durch geeignete Maßnahmen so weit wie möglich unterdrückt werden.

Dann kann das unter der abgehängten Decke liegende Volumen als ein Raum mit völlig schallabsorbierenden Seitenwänden angesehen werden, für den man bei 1000 Hz eine Nachhallzeit von größenordnungsmäßig einer Sekunde errechnet. Da dieser Wert für Sprachdarbietungen zwar günstig, für alle Musikaufführungen aber zu niedrig ist, wurde beschlossen, einen bisher noch wenig erprobten Weg<sup>2</sup> einzuschlagen, nämlich den Nachhall künstlich, das heißt unter Zuhilfenahme elektroakustischer Hilfsmittel auf die erforderliche Dauer zu verlängern.

Die grundsätzliche Wirkungsweise einer solchen Anlage ist die folgende: Die auf dem Podium dargebotene Musik wird mit einem oder mehreren Mikrofonen aufgenommen und anschließend einem System zugeführt, welches die „trockene“ Musik gerade mit dem erwünschten Nachhall versieht. Die so verhaltete Musik wird dann über Lautsprecher im Originalraum wiedergegeben.

Dieses im Prinzip so einfache Verfahren ist mit einer Reihe von Problemen verknüpft, von deren Lösung der Erfolg der Maßnahmen abhängt:

a) Der von dem Verhallungssystem erzeugte Nachhall darf weder „Färbungen“ noch „Periodizitäten“ aufweisen. Am sichersten erreicht man das mit einem sogenannten Hallraum, der wesentlich kleiner als der Hauptraum sein kann und der die gewünschte Nachhallzeit hat. Das zu verhallende elektrische Signal wird in ihm mittels eines Lautsprechers abgespielt und anschließend mit einem oder mehreren Mikrofonen wieder aufgenommen. Andere Verhallungs-

<sup>1</sup> Akustischer Berater war einer der beiden Autoren zusammen mit Herrn Prof. Dr. M. GRÜTZMACHER, Braunschweig.

<sup>2</sup> Vergleiche „Der Sitzungssaal im Moskauer Kreml“, Broschüre in russisch (Moskau 1962). Dieser Saal (Volumen 56 000 m<sup>3</sup>) wird als Konferenzsaal, als Konzertsaal und für Theateraufführungen mit „Direktschallverstärkung“ und künstlichem Nachhall benutzt.



einrichtungen ersetzen den Raum durch eine große Metallplatte [1], die zu Biegeschwingungen angeregt wird, oder sie erzeugen den Nachhall ganz auf elektrische Weise durch Verwendung rückgekoppelter Magnetbandschleifen [2], [3].

b) Nach der Verhallung muß das Signal unter Umständen noch soweit verzögert werden, daß es an keinem Zuhörerplatz vor dem vom Podium kommenden natürlichen Direktschall eintrifft. Hierzu werden im allgemeinen ebenfalls Magnetbandschleifen verwendet, auf die das zu verzögernde Signal ausgesprochen und nach der erforderlichen Verzögerungszeit wieder abgenommen wird.

c) Die Abstrahlung des verhallten Signals muß so erfolgen, daß das erzeugte Nachhallschallfeld diffus ist. Hierzu benötigt man eine große Anzahl räumlich verteilter Lautsprecher. Weiterhin ist es nicht günstig, alle Nachhall-Lautsprecher parallel zu schalten, vielmehr sollten diese in mehrere, räumlich sich durchdringende Gruppen aufgeteilt werden, die mit inkohärenten Signalen gespeist werden. Diese sind dadurch zu gewinnen, daß an dem verhallenden System mehrere Ausgänge vorgesehen werden.

d) Der Erfolg einer derartigen Verhallungsanlage hängt — wie der jeder elektroakustischen Anlage — von einer sachgemäßen Bedienung ab. Zu ihrer Einstellung und Wartung benötigt man Personal, das sowohl technisch als auch musikalisch gut geschult ist.

Daß weiterhin alle verwendeten Mikrophone, Lautsprecher, Verstärker und Verzögerungseinrichtungen frei von linearen und nichtlinearen Verzerrungen sein müssen, versteht sich von selbst.

Die Verwendung einer derartigen Nachhallanlage, auf die im vorliegenden Fall grundsätzlich nicht verzichtet werden konnte, ermöglicht es weiterhin, den vielseitigen Benutzungsarten der Festhalle gerecht zu werden, ohne wie sonst einen Kompromiß schließen zu müssen. Sie stellt den Idealfall einer wandelbaren Akustik dar, welche zwar schon oft mit herkömmlichen Mitteln angestrebt wurde, aber ohne elektroakustische Methoden doch nur sehr beschränkt realisierbar ist.

#### 4. Raum- und elektroakustische Maßnahmen

##### 4.1. Raumakustische Maßnahmen

Die erste und umfassendste Maßnahme raumakustischer Art war die schallabsorbierende Auskleidung der Kuppel, von der auch bei tiefen Frequenzen eine gute Wirksamkeit zu verlangen war. Sie wurde von der Firma Grünzweig und Hartmann AG, Ludwigshafen a. Rh., durchgeführt. Der verwendete Absorber besteht zunächst aus 10 cm dicken Kissen aus Steinwolle-Filzen mit einem Raumgewicht von

50 kg/m<sup>3</sup>, die in eine teilweise perforierte Kunststoffolie von 50 µm Dicke eingehüllt sind. Davor, das heißt auf der Saalseite, befinden sich 5 cm dicke Steinwolleplatten mit einem Strömungswiderstand von etwa 60 Rayl, die als Rieselschutz eine besondere Imprägnierung auf ihrer Vorderseite erhalten haben. Diese insgesamt 15 cm dicke Schluckanordnung ist im Mittel in 20 cm Abstand vor der Betonschale montiert und auf der Saalseite durch 5 cm breite Aluminiumlamellen abgedeckt, die jeweils einen Abstand von 4 cm voneinander haben. Leider konnte der hinter dem Absorptionsmaterial liegende Luftraum nicht kassettiert werden, da dieser für Klimatisierungszwecke reserviert war.

Die langzeitigen und sehr störenden Echos vom Glaszylinder werden durch einen Vorhang beseitigt, welcher in 70 cm Abstand von der Glaswand vorgezogen wird. Er besteht aus einem dichten Trevira-Baumwoll-Garngewebe; sein Flächengewicht von 430 g/m<sup>2</sup> und sein Strömungswiderstand von etwa 60 Rayl garantieren, zusammen mit dem Faltenwurf von etwa 100% eine hohe Schallabsorption auch bei tiefen Frequenzen. Man kann davon ausgehen, daß dieser Vorhang bei allen großen Veranstaltungen gezogen ist. Zwischen Dekorationsvorhang und Glaszylinder läßt sich übrigens noch ein Verdunkelungsvorhang vorziehen.

Die Betonbrüstung der Tribüne hat bis jetzt ihre endgültige Gestaltung noch nicht gefunden; zur Zeit ist sie mit einer Stoffbespannung über Holzleisten versehen; das poröse Material ist dem verwendeten Vorhang ähnlich. — Die über den Regiefenstern liegende Vorderfront der Regiekabine ist mit aufgeklebten Steinwolleplatten von 2 cm Dicke verkleidet, die eine geeignete Oberflächenbehandlung erfahren haben.

Auch die Tribüneneinfassungen sind mit einer 3 cm dicken Schluckstoffschicht verkleidet; als Abdeckung wurden hier senkrecht verlaufende 2 cm breite Stäbe mit einem Abstand von 2 cm verwendet.

Wie aus dem Grundriß ersichtlich, verlaufen die dem Podium zugewandten Seiten der Bühnentürme einander parallel. Um Flatterechos sicher zu vermeiden, wurde hier eine schallharte Verkleidung (eventuell in Form von 3 m hohen Stellwänden) vorgeschlagen, welche leicht geneigt zur Längsachse anzubringen beziehungsweise aufzustellen ist. (Die endgültige Gestaltung des Podiums steht übrigens noch aus; im Lauf der Zeit wurden auf dem Podium verschiedene „Konzertmuscheln“ errichtet, welche den erzeugten Schall im Längsschnitt des Raumes in Richtung auf die Zuhörerschaft konzentrieren. Die damit erzielten Resultate waren sehr günstig hinsichtlich der Stärke des Direktschalls auch auf den entferntesten Zuhörerplätzen; allerdings mußte bei manchen Ausführungen in Kauf genommen werden,



daß an verschiedenen Plätzen einzelne Orchesterinstrumente unterschiedlich gut gehört wurden.)

Impulsmessungen, die mit gerichteten und ungerichteten Schallsendern und Mikrofonen in der fertigen Festhalle angestellt wurden, zeigten, daß durch diese Maßnahmen alle vorher auftretenden Echos beseitigt werden konnten. Zwar sind relativ starke und lang verzögerte, diskrete Rückwürfe noch nachweisbar, sie liegen aber unter der Störgrenze. Dieser Befund entspricht im übrigen auch dem subjektiven Eindruck<sup>3</sup>.

Die Tribünenuntersicht ist ebenfalls mit Sillanplatten völlig verkleidet. Hierdurch wirkt die Wandel- und Treppenzone völlig gedämpft, da sie ja außer von dieser Untersicht nur von der schallabsorbierenden Kuppel und von der mit Vorhang versehenen Glaswand begrenzt ist. Das ist auch notwendig, da zwischen dem Eingangsgeschoß und der Halle kein fester Abschluß, Türen oder dergleichen ist. Um die Schallübertragung zwischen diesen Gebäudeteilen noch weiter herabzusetzen, wurden auch in den Treppenträumen alle senkrechten Flächen so weit als möglich mit schallschluckenden Materialien verkleidet.

#### 4.2. Elektroakustische Anlagen

Der hier am meisten interessierende Teil der elektroakustischen Anlage, die insgesamt von der Firma Siemens und Halske, Karlsruhe, ausgeführt wurde, ist die Nachhalleinrichtung. Ihr Kern ist das eigentliche, nachhallerzeugende System. Von den unter 3. erwähnten, möglichen Methoden wurde das Hallraumverfahren ausgewählt, da bislang nur der hiermit erzeugte Nachhall völlig frei von Klangfärbungen ist.

Das Prinzipschaltbild der gesamten Nachhalleinrichtung ist in Bild 2 wiedergegeben, und zwar in zwei Versionen. In beiden Fällen werden zur Schallaufnahme zwei Kondensatormikrophone auf dem Podium verwendet, die nach geeigneter Mischung und Verstärkung den in einer Ecke des Hallraumes aufgestellten Hallraum-Lautsprecher speisen.

Der Hallraum liegt im Eingangsgeschoß; er hat ein Volumen von 144 m<sup>3</sup>. Um das Eindringen von Störschall zu unterbinden, wurde er mit zweischaligen Trennwänden und einem schwimmenden Estrich ausgestattet. Zur Erhöhung der Diffusität des Schallfeldes wurden an der Decke zehn Kugelkalotten aus Eternit von 1,40 m Durchmesser aufgehängt. Da die Nachhallzeit des leeren Hallraums vor allem bei tie-

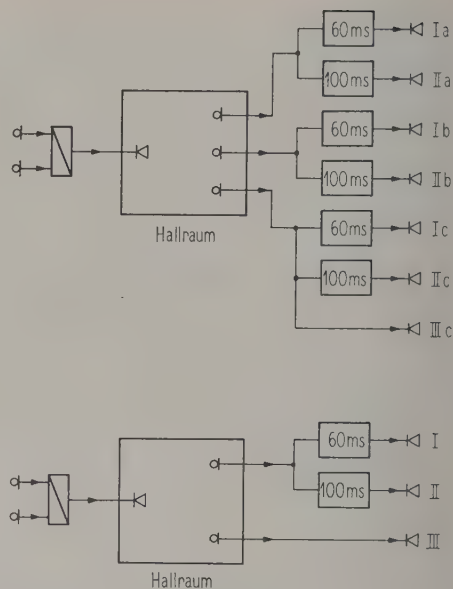


Bild 2. Schema der Nachhallanlage.

- a) ursprünglich vorgesehene Ausführung,  
b) vereinfachte Ausführung.

fen Frequenzen zu lang war, wurden verschiedenartige Resonanzabsorber mit Sperrholz- und Folienabdeckung eingebracht. Diese Absorber können wie Bilder an den Wänden auf- und abgehängt werden, so daß auch eine Änderung der Nachhallzeit und ihres Frequenzganges leicht möglich ist. In Bild 3 ist

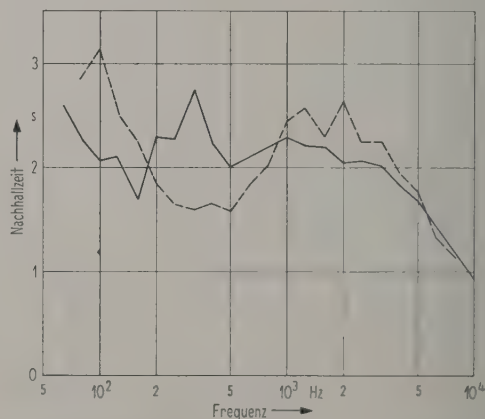


Bild 3. Nachhallzeit des Hallraumes als Funktion der Frequenz.

- Einstellung vom 30. November 1962,  
— Einstellung vom 19. Juni 1963.

<sup>3</sup> Anmerkung bei der Korrektur: Bei verschiedenen Aufstellungen der Schallquelle auf der Bühne und für einige Tribünenplätze ist mitunter ein schwaches Echo bei sehr hohen Frequenzen zu hören, welches offenbar auf Reflexionen an der Lamellendecke zurückzuführen ist. Um es völlig zu beseitigen, wäre bei Beibehaltung der Lamellenstruktur diese eventuell zu lochen.

die Nachhallzeit des Hallraumes für zwei verschiedene Zustände als Funktion der Frequenz aufgetragen.

Die in Bild 2 mit Ia bis IIc gekennzeichneten Lautsprechergruppen bestehen im einzelnen aus insgesamt 90 Lautsprechern, von denen 30 jeweils an der Hinterkante eines Feldes der abgehängten Decke



angebracht sind (siehe Bild 1 c), während die übrigen 60 etwa auf einem auf der Deckenkuppel zu denkenden Halbkreis angeordnet sind, und zwar hinter den Abdecklamellen. Dieser Halbkreis beginnt ungefähr auf der mittleren Querachse der Halle etwa 1 m über der Oberkante des Glaszylinders, er umfaßt dann ansteigend die Tribüne, erreicht auf der Längsachse eine Höhe von 18 m über dem Fußboden, um dann auf der anderen Seite bis zur Querachse wieder abzufallen.

Um die erforderlichen Verzögerungen festzulegen, wurden fünf repräsentative Zuhörerplätze ausgewählt. Für jeden dieser Plätze wurden die Entfernungen zu jedem Nachhall-Lautsprecher und hieraus die zunächst teils positiven, teils negativen Lautzeitdifferenzen in bezug auf den Direktschall bestimmt. Die hieraus sich ergebenden „Rückwurfdiagramme“ ließen klar erkennen, welche Lautsprecher verzögert werden mußten, um sicherzustellen, daß an keinem Zuhörerplatz der Nachhall vor Eintreffen des Direktschalls gehört wird. Die Lautsprecher wurden demgemäß in zwei Gruppen I und II eingeteilt, die mit Verzögerungszeiten von 60 ms und 100 ms betrieben wurden. Die Gruppe II (60 ms) umfaßt die vordersten 15 Deckenlautsprecher, weiterhin insgesamt 18 Lautsprecher, die am Anfang, Scheitel und Ende des erwähnten Halbkreises liegen.

Grundsätzlich wäre auch eine einheitliche Verzögerungszeit von 100 ms mit der obengenannten Forderung verträglich, allerdings müßte man dann befürchten, daß an manchen Plätzen eine lange Lücke zwischen Direktschall und erstem künstlichem Nachhallschall auftritt. Daß eine solche Lücke sich nachteilig auswirkt, war durch entsprechende Nachbildungen im reflexionsfreien Raum in Göttingen festgestellt worden. — Auch bei Einschiebung der 60 ms-Verzögerung treten für manche Plätze gewisse Lücken auf, die aber durch natürliche Rückwürfe von der Decke hinreichend aufgefüllt werden.

Die drei Hallraumausgänge sind nun mit den Gruppen I und II so kombiniert, daß jeweils benachbarte Lautsprecher aus verschiedenen Hallraum-mikrophonen gespeist werden. Hierdurch entstehen die insgesamt sechs Lautsprechergruppen von Bild 2 a. Die sechs Verzögerungsglieder wurden zuerst in einem einzigen Magnetscheibengerät der Firma Siemens und Halske realisiert.

Schon bei ersten Versuchen wurde festgestellt, daß die bislang beschriebene Anlage bei höheren Frequenzen zwar diffusen Nachhall liefert, der im Raum zu schweben scheint, daß aber die tiefen Frequenzen von den eingebauten Lautsprechern nur unbefriedigend wiedergegeben werden. Daher wurde auf Vorschlag von Siemens und Halske etwa unter dem Zenit der Kuppel eine aus 25 Tieftonsystemen bestehende Lautsprecherwand eingebaut (Lautsprecher

III in Bild 2 a), welche unverzüglich betrieben wird. Hierdurch konnte der genannte Mangel behoben werden.

Zwecks Vereinfachung wird die Anlage neuerdings auch in der Variante von Bild 2 b betrieben, bei der nur zwei Hallraum-mikrophone verwendet werden, von denen eines direkt an den Tieftonlautsprecher angeschlossen ist, während das andere über Verzögerungen von 60 ms und 100 ms die anderen, jetzt zusammengeschalteten Lautsprechergruppen I und II betreibt. Im Laufe der Zeit müssen über die günstigste Anordnung noch Erfahrungen gesammelt werden.

Für die bei Sprachdarbietungen unerläßliche Schallverstärkung, aber auch zur unauffälligen Direktschallverstärkung bei kleineren Instrumentalgruppen, wurde weiterhin eine Lautsprecheranlage herkömmlicher Art verwendet. Der Schallstrahler besteht aus einem großen, über der Podiumsvorderkante unter der Decke aufgehängten Zentrallautsprecher. Sehr gute Erfahrungen wurden übrigens auch mit einem vom Bauherrn selbst hergestellten Rednerpult gemacht, in dessen zylindrisch gekrümmter Vorderfläche mehrere senkrechte, teils auch nach seitlichen Richtungen strahlende Lautsprecherzeilen eingebaut sind. Es scheint, daß auch in der Frage der günstigsten Lautsprecheranordnung das letzte Wort noch nicht gesprochen ist<sup>4</sup>.

## 5. Messungen in der fertiggestellten Festhalle

### 5.1. Nachhallmessungen

Erste Nachhallmessungen in der fertig eingerichteten und bestuhlten Festhalle wurden bereits am 30. 11. 1962 angestellt. An diesem Tag wurde ein Probekonzert mit 2300 anwesenden Personen veranstaltet<sup>5</sup>; in einer Pause konnten zwei Meßreihen zur Bestimmung der Nachhallzeit mit ein- und ausgeschalteter Nachhallanlage durchgeführt werden.

<sup>4</sup> Anmerkung bei der Korrektur: Inzwischen hat sich folgende Lautsprecheranordnung bewährt, die bei Reden und Vorträgen noch mit dem erwähnten Rednerpult kombiniert wird: Über der Bühnenöffnung hängt ein Fächer aus drei bis fünf nahezu senkrechten Lautsprecherzeilen. Weitere Einzellautsprecher sind reihenweise in der abgehängten Decke untergebracht. Eine aus fünf Lautsprechern bestehende Reihe befindet sich in der ersten „Deckenstufe“ und wird mit einer Verzögerung von 30 ms betrieben; in der vierten Deckenstufe liegt eine weitere, ebenfalls aus fünf Lautsprechern bestehende Reihe, deren Verzögerung 70 ms beträgt. Die Verzögerungszeiten werden mit einem getrennten Magnetbandverzögerungsgerät hergestellt.

<sup>5</sup> Es ist bemerkenswert, daß bei dieser Gelegenheit für einen Teil einer Ansprache die gesamte Elektroakustik abgeschaltet wurde und daß dabei die Verständigung durchaus befriedigend war.



Die Raumanregung erfolgte durch Heultöne, die von einem auf dem Podium aufgestellten Lautsprecher abgestrahlt wurden. Das Meßmikrophon war etwas seitlich von der Mittelachse an dem Geländer der Tribünenbrüstung aufgehängt. Die Nachhallzeit des Hallraumes entsprach der gestrichelten Kurve in Bild 3. Während der Musikedbietungen, die den Messungen vorangingen, wurde die Verstärkung in der nach Bild 2 a geschalteten Nachhallanlage so eingeregelt, daß der Nachhall zwar gut hörbar, aber nicht durch einsetzende akustische Rückkoppelung merklich gefärbt war. Der unter 4.2. erwähnte große Tiefenstrahler über der Decke war zu diesem Zeitpunkt noch nicht vorhanden.

Das Resultat dieser Messung ist in Bild 4 dar-

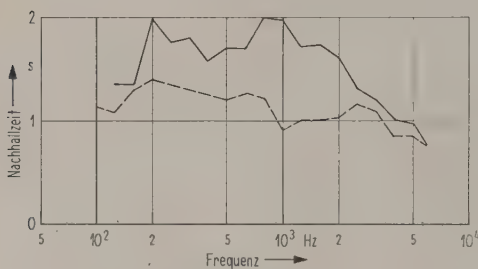


Bild 4. Nachhallzeit der Festhalle, gemessen am 30. November 1962 mit 2300 Zuhörern.

— — — Nachhallanlage ausgeschaltet,  
— Nachhallanlage in Betrieb.

gestellt. Die Nachhallzeit des Raumes allein (gestrichelte Kurve), liegt um 1000 Hz bei 1 s, bei tiefen Frequenzen ist sie etwas höher. Erstaunlicherweise wiesen die vom Pegelschreiber registrierten Nachhallkurven einen sehr glatten und geraden Verlauf auf. — Durch die Nachhallanlage wurde die Nachhallzeit auf Werte zwischen 1,6 s und 2 s verlängert (durchgezogene Kurve); sowohl bei tiefen wie bei hohen Frequenzen tritt ein Abfall der Nachhallzeit auf. Diesem recht vernünftigen Verlauf entsprach der subjektive Eindruck; der Nachhall war spürbar, aber er drängte sich dem Zuhörer nicht auf und war nicht lokalisierbar. Die Verstärkung der Nachhallanlage war offenbar richtig eingeregelt. Nur bei tiefen Frequenzen wäre eine längere Nachhallzeit erwünscht gewesen, eine Feststellung, die den Einbau des erwähnten Tiefenstrahlers zur Folge hatte.

Im Juni 1963 wurden weitere akustische Messungen in der Halle durchgeführt. Allerdings war bei diesen Messungen kein Publikum anwesend, die Zahl der ohnehin nicht stark schallabsorbierenden Stühle war ferner dadurch stark reduziert, daß zum Zeitpunkt dieser Messungen eine Tischbestuhlung vorlag.

Weitere Unterschiede waren durch den jetzt vorhandenen Tiefenlautsprecher gegeben und durch eine andere Einstellung der jetzt nach Bild 2 b geschal-

teten Nachhallanlage. Durch Änderung der Schallabsorber war im Hallraum eine Nachhallzeit entsprechend der durchgezogenen Kurve in Bild 3 eingestellt worden.

Die Verstärkung im Nachhallkanal wurde in der folgenden Weise eingestellt: Über einen auf dem Podium stehenden großen Lautsprecher, der gewissermaßen als Ersatz für ein Orchester diente, wurde eine normale Schallplatte wiedergegeben. Einige Beobachter an verschiedenen Plätzen in der Halle hatten nun subjektiv zu beurteilen, welche Einstellung den besten, aber noch natürlich klingenden Effekt ergäbe. Diese wurde für alle nachfolgend beschriebenen Messungen beibehalten. — (Dieses Vorgehen bot die einzige Möglichkeit für eine Einstellung in der zur Verfügung stehenden Zeit. Es ist aber dadurch gerechtfertigt, daß vor Musikaufführungen in der Halle die Nachhallverstärkung in derselben Weise eingeregelt wird.)

Zunächst wurde wieder die Nachhallzeit als Funktion der Frequenz bestimmt, und zwar bei offenen und bei geschlossenen Seitenwandvorhängen. In Bild 5 sind nur die Resultate für den letzteren, prak-

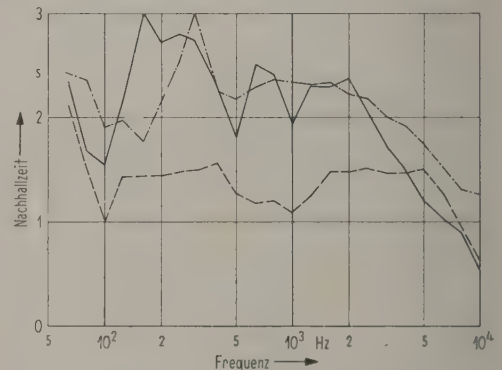


Bild 5. Nachhallzeit der unbesetzten Festhalle, gemessen am 19. Juni 1963.

— — — Nachhallanlage ausgeschaltet,  
— Nachhallanlage eingeschaltet,  
... Nachhallanlage rein elektrisch erregt.

tisch weitaus wichtigsten Zustand dargestellt, und zwar jeweils bei ausgeschalteter (gestrichelt) und bei eingeschalteter (durchgezogen) Nachhallanlage, ferner für die Nachhallanlage allein (strichpunktiiert). Im letzteren Fall wurde die Nachhallanregung direkt am Hallraumlautsprecher vorgenommen; die Nachhallmikrophone auf dem Podium waren also nicht eingeschaltet, so daß es auch nicht zu akustischer Rückkoppelung kommen konnte.

Bei abgeschalteter Nachhallanlage erhält man jetzt etwas höhere Nachhallwerte als in Bild 4 dargestellt, wohl als Folge des fehlenden Publikums sowie kleinerer baulicher Änderungen. — Die Nachhallzeit bei Anregung am Hallraumlautsprecher (strichpunk-



tierte Linie) stimmt nach Dauer und Frequenzabhängigkeit leidlich mit der des Hallraumes allein überein. Ganz anders aber verhält sich der Raum bei eingeschalteter, über die Podiummikrophone erregter Nachhallanlage. Hier fällt vor allem die lange Nachhallzeit bei 160 Hz auf, besonders interessant dadurch, daß der Hallraum selbst an dieser Stelle ein Nachhallminimum hat. Für diese Diskrepanz muß man offenbar die Entdämpfung des Systems durch akustische Rückkoppelung verantwortlich machen. Aber auch das Umgekehrte kommt vor, nämlich daß Kurve b unterhalb der Kurve c verläuft, zum Beispiel bei Frequenzen unter 125 Hz und über 2500 Hz. In diesen Bereichen läßt vermutlich der Frequenzgang der Halllautsprecher zu wünschen übrig; als Folge davon setzt sich hier der natürliche Raumnachhall stärker durch.

Hier sind einige grundsätzliche Bemerkungen über die Nachhallverlängerung durch akustische Rückkopplung am Platz. Die hierbei auftretenden Erscheinungen entsprechen im wesentlichen dem Verhalten akustisch gekoppelter Räume [4]. Man erhält hier wie dort stets gekrümmte Nachhallkurven, und zwar schon allein dadurch, daß die Schallquelle sowohl den natürlichen Nachhall des Hauptraumes als auch über die Hallmikrophone die Nachhallanlage erregt. Für den Fall, daß der zweite Anteil nicht viel geringer ist als der erste, ist diese Krümmung aber zu vernachlässigen und man kann eine einheitliche Nachhallzeit definieren. Das Gesamtsystem kann durch ein Schema nach Bild 6 dargestellt werden. Be-

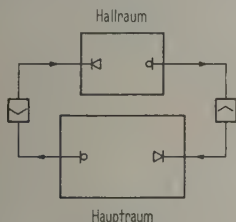


Bild 6. Schematische Darstellung des Nachhallsystems.

zeichnen wir mit  $K$  die auf die Energie bezogene Schleifenverstärkung des Systems („open loop gain“), dann kennzeichnet  $K=1$  die Selbsterregungsgrenze, während bei fehlender akustischer Rückkopplung  $K=0$  wird. Die im Hauptraum beobachtete Nachhallzeit  $T$  ist dann gegeben durch

$$T = \frac{2 T_1 T_2}{T_1 + T_2 - \sqrt{(T_2 - T_1)^2 + 4 K T_1 T_2}},$$

wobei  $T_1$  und  $T_2$  die (natürlichen) Nachhallzeiten des Hauptraumes und des Hallraumes sind. — In Bild 7 ist dieser Zusammenhang graphisch dargestellt.

Hieraus ist zu ersehen, daß die akustische Rückkopplung rein rechnerisch zu beträchtlichen Nach-

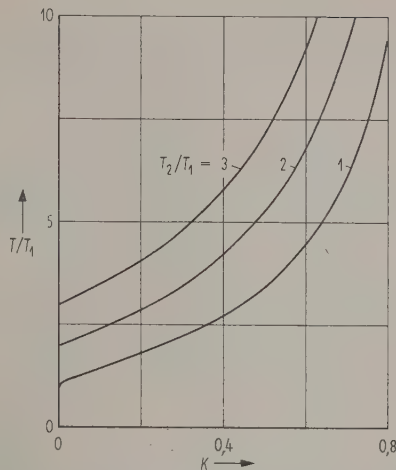


Bild 7. Abhängigkeit der im Hauptraum wirksamen Nachhallzeit  $T$  vom Rückkopplungsparameter  $K$ . Kurvenparameter ist das Verhältnis der Nachhallzeit  $T_2$  des Hallraumes zur Nachhallzeit  $T_1$  des Hauptraumes.

hallverlängerungen führen kann. In den Rückkopplungsparameter  $K$  gehen außer dem Abstrahlverhalten der Lautsprecher und der Verstärkung aller Verstärker auch die Übertragungseigenschaften des Hallraumes und des Hauptraumes ein. Daraus folgt, daß  $K$  grundsätzlich nicht frequenzunabhängig gemacht werden kann. Durch Iteration werden alle linearen Verzerrungen überhöht, weshalb der über akustische Rückkopplung erzeugte Nachhall stets gefärbt klingt.

Aus dem Gesagten ist zu folgern, daß jede künstliche Nachhallanlage aus Qualitätsgründen nahe dem Grenzfall  $K=0$  betrieben werden muß. Man erhält dann im Hauptraum die Nachhallzeit des Hallraumes, die natürlich von der Publikumsbesetzung des Hauptraumes unabhängig ist.  $K=0$  ist dadurch zu realisieren, daß die Nachhallmikrophone so dicht wie möglich bei der Originalschallquelle aufgestellt werden; bei Orchesteraufführungen muß man also mit sehr vielen Mikrofonen arbeiten. Nur dann kann man die Verstärkung im Nachhallzweig so weit herunterregeln, daß einerseits der von den Nachhalllautsprechern abgestrahlte Schall den Nachhall bestimmt, daß dieser aber andererseits noch nicht durch Rückkopplung verfärbt wird. Diese Einstellung ist sehr kritisch und sollte mit größter Sorgfalt vorgenommen werden. Sie setzt überdies einen ebenen Frequenzgang aller Übertragungsglieder voraus; ohne diesen kann eine derartige Anlage gar nicht richtig ausgenutzt werden.

Abschließend ist zu den Nachhallmessungen zu sagen, daß die Ergebnisse von Bild 4 und 5 nur als Beispiele für mögliche Nachhalleinstellungen aufzufassen sind. Durch Variation der Hallraumabsorp-



tion kann man die Nachhallzeit jederzeit ändern, in geringerem Umfang wohl auch durch die Verstärkung im Nachhallkanal.

### 5.2. Messungen der Richtungsverteilung

Bei einem Raum wie dem vorliegenden ist es von größtem Interesse, den Einfluß der Nachhallanlage auf die Schallrichtungsverteilung zu erfassen. Daher wurden im Juni 1963 auch Diffusitätsmessungen in der Festhalle durchgeführt.

Über das Meßverfahren wurde schon an anderer Stelle [5] berichtet; auch die verwendete Apparatur ist dort ausführlich beschrieben, so daß wir uns hier kurz fassen können.

Eine Schallquelle von kugelförmiger Richtcharakteristik strahlt einen Heulton ab ( $2000 \text{ Hz} \pm 200 \text{ Hz}$ , Wobelfrequenz 16 Hz). An einer bestimmten Stelle steht ein aus einem Parabolspiegel von 1,2 m Durchmesser bestehendes Richtmikrophon von hohem Auflösungsvermögen. Hiermit werden systematisch alle Raumrichtungen abgetastet, wobei jedesmal die einfallende Schallintensität gemessen wird. Zur Darstellung der Ergebnisse haben sich die „Richtungsigel“ bewährt: In eine Metallhalbkugel von 4 cm Durchmesser werden Stäbe gesteckt, deren Längen der aus der jeweiligen Richtung einfallenden Intensität proportional sind. Diese Stäbe sind gleichmäßig über die Halbkugel verteilt, und zwar so, daß der dem einzelnen Stab zugehörige Raumwinkel durch die Halbwertsbreite des Richtmikrophons bestimmt ist. Diese „Igel“ vermitteln also einen unmittelbaren Eindruck von der Richtungsverteilung. Aus ihr kann weiterhin ein einzelner Zahlenwert, die „Richtungsdiffusität  $d$ “ gewonnen werden, welche den Wert 100% für vollkommene Isotropie der Schallausbreitung annimmt, während sie für eine einzelne ebene Welle verschwindet.

In Bild 8 sind einige der gemessenen Richtungsverteilungen in der Igeldarstellung wiedergegeben. Die Schallquelle stand hierbei in der Mitte des Podiums etwa 7,20 m hinter dessen Vorderkante; das Richtmikrophon war auf der Tribüne aufgebaut, und zwar 6 m rechts (vom Podium aus gesehen) der Mittelachse und 4,50 m hinter der Brüstung. — Ohne künstlichen Nachhall zeigt der Igel (a) außer dem stark hervorspringenden Direktschallanteil und einer Deckenreflexion nur geringe Schallrückwürfe; die zugehörige Richtungsdiffusität von 36% liegt demgemäß relativ niedrig. Die Einschaltung der Nachhallanlage hat eine gewisse „Aufforstung“ des Igels (b) zur Folge; die Diffusität steigt jetzt auf 48%. Bild 8c endlich zeigt die Richtungsverteilung des von den Nachhalllautsprechern erzeugten Schallfeldes allein. Aus fast allen Richtungen treffen kräftige Rückwürfe ein, was eine Richtungsdiffusität von 62% ergibt. — Daß die Zufügung des künstlichen

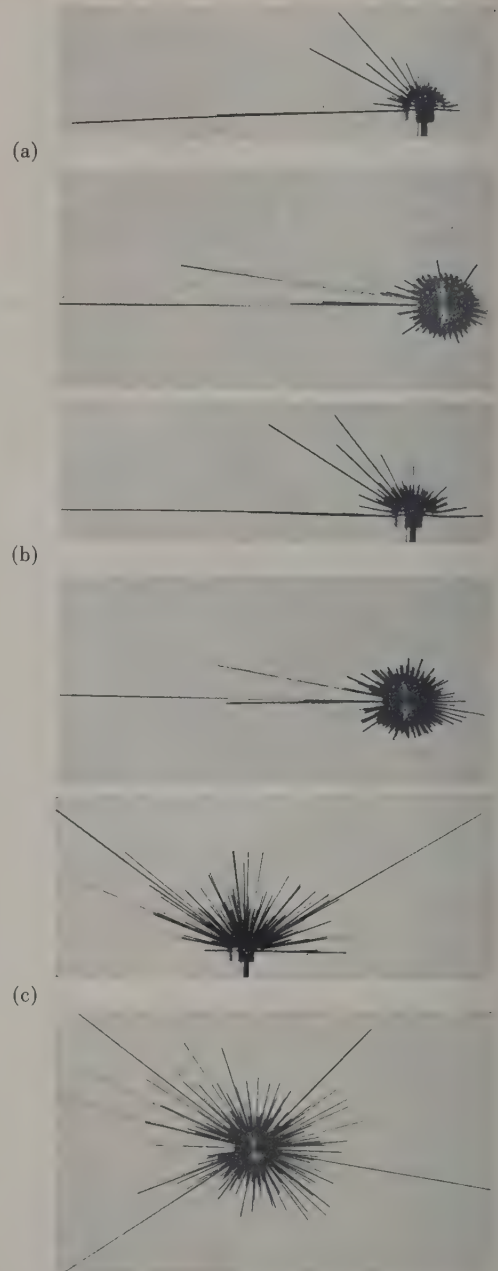


Bild 8. Richtungsverteilung auf einem Tribünenplatz. Oben: Seitenansicht; unten: Draufsicht.  
a) Nachhallanlage ausgeschaltet;  $d = 36\%$ ,  
b) Nachhallanlage eingeschaltet;  $d = 48\%$ ,  
c) Künstlicher Nachhall allein,  $d = 62\%$ .

Nachhalls sich in der Igeldarstellung relativ wenig manifestiert, liegt daran, daß der Igel 8b ein gewogenes Mittel aus den Igeln 8a und 8c darstellt, wobei der letztere nur mit einem kleinen Gewicht eingeht. Am Diffusitätswert ist die Änderung aber deutlich zu erkennen.



In der folgenden Tabelle sind alle in der Festhalle gemessenen Richtungsdiffusitäten zusammengestellt. Die Schallquelle stand immer auf einer Linie 7,20 m hinter der Podiumsvorderkante; das Richtmikrophon war außer an dem schon beschriebenen Ort bei den beiden ersten Messungen im Parkett in 15,50 m Entfernung von der Podiumsvorderkante und 6 m rechts der Mittelachse aufgestellt. Die Vorhänge vor dem Glaszylinder waren zugezogen.

Tabelle I.  
Gemessene Richtungsdiffusitäten.  
(Angabe in Prozenten)

Schallquelle	Richt- mikrophon	Nachhallanlage		
		ausge- schal- tet	inge- schal- tet	elektrisch angeregt
Podiummitte	Parkett	28	34	52
7 m rechts davon (vom Saal aus gesehen)	Parkett	19	26	52
Podiummitte	Tribüne	36	48	62

Bei der Beurteilung dieser Werte ist zu beachten, daß die Richtungsdiffusität mit größer werdendem Rauminhalt erfahrungsgemäß abnimmt. Extrapoliert man die von MEYER und THIELE [5] in zahlreichen Räumen gefundenen Werte bis zu einem Rauminhalt von 80 000 m<sup>3</sup>, so gelangt man zu einer Richtungsdiffusität von ungefähr 25% bis 30%. Daß dieser Wert bei der Festhalle mit eingeschalteter Nachhallanlage erreicht und zum Teil sogar merklich überschritten wird, darf als positive Auswirkung der getroffenen elektroakustischen Maßnahmen betrachtet werden.

## 6. Schlußbemerkung

Wie schon eingangs ausführlich dargelegt, bot die elektroakustische Nachhallverlängerung die einzige Möglichkeit, der vielseitigen Verwendung der von Haus aus akustisch sehr ungünstigen Festhalle gerecht zu werden. Das bezieht sich besonders auf musikalische Darbietungen. Die getroffenen Maßnahmen haben sich bis jetzt im großen und ganzen gut bewährt. Das wird belegt durch das positive Echo, das die bisherigen in der Festhalle aufgeführten Konzerte gefunden haben, weiterhin durch die Tatsache, daß die für die Zukunft geplanten musika-

lischen Veranstaltungen schon weitgehend ausverkauft sind. Auch die beschriebenen raumakustischen Messungen zeigen die günstigen Auswirkungen der Nachhallanlage.

Die noch vorhandenen Mängel können behoben werden; sie sind darauf zurückzuführen, daß ausreichende Erfahrungen in der Planung, Erstellung und im Betrieb derartiger Anlagen noch fehlen. Es scheint auch, daß eine der künstlichen Nachhallverlängerung angemessene elektroakustische Meßtechnik erst noch entwickelt werden muß.

Die Verfasser haben an erster Stelle Herrn Prof. Dr. WENGLER, Vorstandsmitglied der Farbwerke Hoechst, für seine verständnisvolle Förderung und für sein nie ermüdendes Interesse an den akustischen Fragen zu danken. Ebenso danken wir Herrn Dr. QUIETZSCH, Farbwerke Hoechst, der uns durch zahlreiche selbst durchgeführte Messungen unterstützte und dessen ständige Hilfsbereitschaft von großem Wert war. Den Herren Dr. W. BURGTORF, Dipl.-Phys. GRUSCHKA und Rundfunkmechanikermeister HENZE (III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen) schulden wir Dank für ihre Teilnahme an den akustischen Messungen und für deren Auswertung<sup>6</sup>.

(Eingegangen am 26. Juli 1963.)

## Schrifttum

- [1] KÜHL, W., Über die akustischen und technischen Eigenschaften der Nachhallplatte. *Rundfunktechn. Mitt.* **2** [1958], 111.
- [2] VERMEULEN, R., Stereonachhall. *Philips Techn. Rdsch.* **17** [1955/56], 229.
- [3] SCHROEDER, M. R., Improved Quasi-Stereophony and „Colorless“ Artificial Reverberation. *J. Acoust. Soc. Amer.* **33** [1961], 1061.
- [4] CREMER, L., Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik. Band II: Statistische Raumakustik. S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1961, 3. Kapitel.
- [5] MEYER, E. und THIELE, R., Raumakustische Untersuchungen in zahlreichen Konzertsälen und Rundfunkstudios unter Anwendung neuerer Meßverfahren. *Acustica* **6** [1956], 425.

<sup>6</sup> Anmerkung bei der Korrektur (Februar 1964): Inzwischen ist die Festhalle für alle vorgesehenen Arten ihrer Verwendung reichlich benutzt worden. Die Akustik hat viel Zustimmung gefunden; bei Konzerten ist aber auch Ablehnung laut geworden. Letztere erfolgte teilweise sicher auch aus grundsätzlichen Erwägungen heraus, weil nämlich hier sowohl der Direkt-schall als auch der Nachhall elektroakustisch „manipuliert“ werden und damit eine „synthetische“ Raumakustik geschaffen wurde.



# AN EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE DIFFRACTION CORRECTION FOR A RAYLEIGH-DISC

by C. G. RASMUSSEN

Laboratory of Applied Physics, Technical University, Copenhagen

## Summary

The torque on a RAYLEIGH-disc was measured for sound of wavelength sufficiently small to cause diffraction effects. The results of the measurements were used to obtain a diffraction correction to be applied to the conventional KÖNIG formula for the torque. The correction was found to be in good agreement with theoretical values calculated by KOTANI, by KING, and by KAWAI.

A new derivation of a correction to take account of the finite inertia of the disc is presented. The analysis indicates the reason for the disagreement between two earlier corrections derived by KING and by WOOD.

## Sommaire

On a mesuré le moment d'un disque de RAYLEIGH pour des sons de longueurs d'ondes suffisamment courtes pour produire des effets de diffraction. Les résultats de ces mesures ont servi à obtenir une correction de diffraction applicable à la formule normale de KÖNIG relative au moment. On a trouvé que cette correction était conforme avec les valeurs théoriques calculées par KOTANI, KING et KAWAI.

On présente une nouvelle détermination d'une correction qui tient compte de l'inertie limitée du disque. On donne ainsi la raison de la divergence entre les deux corrections précédentes déterminées par KING et WOOD.

## Zusammenfassung

Das Drehmoment an einer RAYLEIGH-Scheibe wurde im Schallfeld bei Wellenlängen gemessen, die so kurz waren, daß Beugungseffekte auftraten. Aus den Ergebnissen dieser Messungen wurde eine Beugungskorrektur ermittelt, die auf die Formel von KÖNIG für das Drehmoment anzuwenden ist. Die Korrektur stimmt mit theoretischen Werten von KOTANI, KING und KAWAI überein.

Es wird eine neue Korrektur für die endliche Trägheit der Scheibe angegeben. Diese Analyse erklärt auch den Grund für die mangelnde Übereinstimmung zwischen den älteren Korrekturformeln von KING und WOOD.

## 1. Introduction

The RAYLEIGH-disc is used for absolute measurements of the particle velocity in sound vibrations in gases and liquids. KÖNIG [1] used a hydrodynamical analysis to obtain a relation between the particle velocity and the torque exerted on a thin circular disc suspended in a sound field with suspension axis perpendicular to the direction of the sound vibrations. He found the time average of the torque to be

$$\bar{H}_0 = \frac{4}{3} \varrho_0 a^3 \bar{u}^2 \sin(2\theta), \quad (1)$$

where  $\varrho_0$  is the density of the fluid,  $a$  is the radius of the disc,  $\bar{u}^2$  is the mean-square of the particle velocity and  $\theta$  is the angle between the normal to the disc and the direction of vibration in the undisturbed sound field.

The validity of this "classical" formula naturally depends on how well the assumptions of the theory are fulfilled in the individual case.

These assumptions are:

- 1) The variation of the particle velocity in the direction of vibration is very small over distances of the order of the diameter of the disc.
- 2) The sound field can be considered to be plane over distances of the order of the diameter of the disc.
- 3) Effects caused by the proximity of enclosing walls can be neglected, i.e. the sound field can be considered as unlimited.
- 4) Effects caused by viscosity and turbulence are negligible.
- 5) The disc can be considered as infinitely thin, i.e. the finite thickness  $t$  is small enough that  $t \ll a$ .
- 6) The disc can be considered to be a rigid body, i.e. effects from internal vibrations of the disc are negligible.
- 7) The inertia of the disc is considered as infinite, i.e. the density of the fluid is very much less than the density of the disc.

This paper in particular deals with an investigation of assumption 1) and 7). According to assumption 1), the radius of the disc should be very much less than the wavelength. This requirement limits the use of the RAYLEIGH-disc to sound waves at very low and audio-frequencies. To permit the use of the RAYLEIGH-disc for measurements of absolute intensity of ultra-sonic waves, it is necessary to know the correction to KÖNIG's formula which is required when the diameter of the disc becomes of the same order as the wavelength. As the correction is due to diffraction of the sound wave by the disc, we call this correction the "diffraction correction", ( $F_d$ ). An experimental determination of  $F_d$  for the interval  $0.07\lambda \leq a \leq 0.88\lambda$ , where  $\lambda$  is the wavelength, is described in Section 2, and a comparison of the experimental determination with theoretical calculations of the correction carried out by KOTANI, KING and by KAWAI, is given in Section 3.

A free field fulfilling assumption 2) and 3) is for example, a spherical wave, provided the ratio of the diameter of the disc to the distance between disc and sound source is small. The question is then, how close to unity this ratio may be before effects due to lack of fulfilment of assumption 2) occur. A complete answer to this question has not been given, but it can be mentioned that BARNES and WEST [2] did not find any significant effect due to the spherical form of the sound field when this ratio was as great as 0.3, working with an experimental error of 2%.

The influence of turbulence and viscosity must depend on the two dimensionless quantities

$$\frac{a^2 \omega}{\nu} \quad \text{and} \quad \frac{s}{a},$$

where  $s$  is the particle displacement,  $\omega$  is the angular frequency and  $\nu$  is the kinematic viscosity. The oscillatory motion of the fluid will build up a boundary layer on the plane surface of the disc. The thickness of this boundary layer  $\delta$  will be of the order of  $\sqrt{\nu/\omega}$ . Outside the boundary layer there will be potential flow, and we can therefore expect the effect of viscosity to be negligible when  $\delta$  is very small in comparison with the radius  $a$  of the disc, i.e. when

$$\frac{\delta}{a} = \sqrt{\frac{\nu}{\omega a^2}} \ll 1.$$

Concerning the effect of turbulence along the edges of the disc, we can say that the eddies will be of the order of the particle displacement  $s$ . The effect of eddies will therefore be small when  $s$  is much less than  $a$ . We can therefore expect assumption 4) to be satisfied when

$$\frac{s}{a} \ll 1 \quad \text{and} \quad \frac{a^2 \omega}{\nu} \gg 1.$$

According to these inequalities, the larger the disc, the higher the frequency, and the lower the intensity, the better assumption 4) is satisfied.

Assumption 5) was investigated experimentally by ZERNOW [3] and by SCOTT [4] with cylindrical discs. For  $t/(2a) \leq 0.05$  and  $2a \ll \lambda$  the correction for finite thickness can be given as a factor  $F_t = 1 + (Kt/2a)$ , where the constant  $K$  by ZERNOW was found to be 2.5, and by SCOTT was found to be 1.4. The correction when  $2a \sim \lambda$  has not been determined.

The amplitude of the sound pressure varies over the surface of the disc, and this can result in forced internal vibrations of the disc.

The most common materials for RAYLEIGH-discs are mica and brass, which are relatively elastic materials, and internal vibrations can therefore easily occur when the frequency of the sound wave is close to one of the resonant frequencies of the disc. The discs used in the experiment described in this paper were made of lead, which is a "dead" material.

The correction for the finite inertia of the disc is discussed in Section 4.

## 2. Experimental determination of the diffraction correction

The main purpose of the experiment was to investigate the behaviour of the torque, when assumption 1) is not fulfilled. In order to do this, the rest of the assumptions were satisfied as well as possible. Further, the sound field was idealized as being plane, monochromatic, and progressive.

The correction to eq. (1) will be expressed as a factor  $F_d$ , given by

$$\bar{H} = F_d \bar{H}_0 \quad (2)$$

where  $\bar{H}$  is the mean torque actually acting on the disc and  $\bar{H}_0$  is given by eq. (1). In general,  $F_d$  will be a function of the angle  $\theta$  and the parameter  $ka = 2\pi a/\lambda$ . However, the diffraction correction was determined for  $\theta = 45^\circ$  only.

When the sound wave is polychromatic, the diffraction correction can be found by superposition, vidilicet:

$$F_d = F_d(k_1 a) + F_d(k_2 a) \frac{u_2^2}{u_1^2} + \dots$$

### 2.1. The sound field

In order to fulfil the previously mentioned idealized conditions, the measurements were carried out in a spherical wave at a distance  $R$  from the sound source sufficiently large to fulfil assumption 2).



The largest disk used in this experiment had a diameter  $2a = 7.6$  cm, and with  $R = 117$  cm, we get  $(2a/R)_{\max} = 0.065$ .

The spherical wave was generated in an anechoic box of interior dimensions  $1.3 \text{ m} \times 1.3 \text{ m} \times 2.4 \text{ m}$ . The sound pressure was examined with a condenser microphone in the direction of propagation of sound, and the diffracted waves from the absorbing walls were found to be of an intensity about 5%, or less, of the intensity of the primary wave, within a frequency range 1.25 kc/s to 8.0 kc/s.

The only acoustically hard objects in the sound field were:

1. The sound source (A 15 W Peerless electrodynamic transducer with largest outer diameter of 8.8 cm and exit diameter of 0.14 cm),
2. a 1 inch Brüel & Kjær condenser microphone for controlling the sound level, and
3. the RAYLEIGH-disc.

The distance from sound source to disc was 117 cm, and the distance from microphone to disc was 70 cm.

The wave form was found to be sinusoidal within the above-mentioned frequency range; the intensity  $I_2$  of the 2nd harmonic being less than 0.5% of the intensity  $I_1$  of the fundamental except near the 1st resonant frequency of the sound source at 2.2 kc/s, where the following values were observed:

- At 1.85 kc/s,  $I_2 = 0.025 I_1$ ;  
 at 2.20 kc/s,  $I_2 = 0.28 I_1$ ; and  
 at 2.50 kc/s,  $I_2 = 0.005 I_1$ .

## 2.2. The discs

To determine the diffraction correction as a function of the parameter  $ka$ , ten cylindrical discs were used. They were made of lead, the ratio  $\rho_0/\rho_d$  of density of air to density of disc being  $1.06 \times 10^{-4}$ . The disc radii and other pertinent quantities are listed in Table I.

Table I.  
Discs used in the experimental determination of the diffraction correction.

radius $a$ cm	$t/(2a) \times 10^3$	$(\rho_0/\rho_d)[t/(2a)]^{-1} \times 10^2$
1.350	5.74	1.85
1.600	5.22	2.03
1.795	11.1	0.96
2.000	3.62	2.93
2.250	8.02	1.32
2.500	5.98	1.77
2.750	6.31	1.68
3.000	6.16	1.72
3.400	5.26	2.02
3.800	4.26	2.49

The standard error in measurement of  $a$  is 0.0025 cm.

According to Scott's correction for finite thickness of the discs, which is mentioned in the introduction, the torque on the discs listed in Table I will be from 0.5% to 1.5% larger than the torque given by eq. (1), whereas the correction for finite inertia, given by eq. (3) in Section 4, shows that the torque on the same discs will be from 0.4% to 1.2% less than the torque given by eq. (1). However, it must be born in mind that these corrections are valid only when  $a \ll \lambda$ .

## 2.3. Measurement of torque

The discs were suspended by an aluminium tube, 120 cm long and 0.7 mm external diameter, which passed through the top of the anechoic box protected by an outer tube.

The torque on the disc was transmitted to a torque-meter by the aluminium tube, which was sufficiently stiff to resist twisting.

The torque-meter was simply a moving-coil mirror galvanometer, with a sensitivity of  $7.675 \mu\text{A}/\text{dyn cm} \pm 0.15\%$ , placed on a rigid frame on the top of the anechoic box.

The torque was measured by determining the change in galvanometer current required to keep the disc in the same angular position, at  $\theta = 45^\circ$ , with and without the sound. In this way, the torque could be measured with a standard error of  $2 \times 10^{-5}$  dyn cm. The measurement was repeated with the disc and suspension turned around  $180^\circ$ . The mean value of the two measurements was used, so as to eliminate any error due to excentric suspension of the disc, an excentric suspension would cause the radiation pressure to contribute to the measured torque.

## 2.4. Calculation of $F_d$ and of the intensity of sound on basis of measured quantities

By adjusting the voltage exciting the sound source so that the output voltage from a condenser microphone in a fixed position had a fixed value, the sound pressure could be held at a constant value with a standard error of 0.02 dB at any single frequency (or value of  $k$ ). However the same microphone output would not secure the same sound pressure at various frequencies.

It would then have been desirable to vary the parameter  $ka$  by a variation of the disc radius  $a$  alone.

However,  $a$  could only be varied over a limited range, with a lower limit below which the torque on the disc became too small, and an upper limit

above which the disc became too heavy. It was therefore necessary to vary  $k$  also, in order to cover a sufficiently large range of  $ka$ . The combinations of  $k$  and  $a$  are shown in Table II. The values of  $k$  were chosen sufficiently close to each other that the  $ka$ -intervals obtained by a variation of  $a$  alone, overlapped over a range of  $ka$ .

In a travelling plane wave the pressure variation  $p'$  is related to the particle velocity by  $p' = \rho_0 c u = \rho_0 (\kappa P_a / \rho_0)^{1/2} u$ , where  $\kappa$  is the ratio of specific heats ( $\kappa = 1.40$  for air) and  $P_a$  is the atmospheric pressure. In terms of the sound pressure  $p$ , which is the root-mean-square of the pressure variation, eq. (2) can be written

$$H = F_d \frac{4}{3 \kappa} \frac{p^2}{P_a} a^3 \sin(2\theta)$$

neglecting the sign for time average.

We call the wave numbers used  $k_n = k_1, k_2, \dots$  and the corresponding unknown sound pressures  $p_n = p_1, p_2, \dots$ . If  $H_n$  denotes the measured torque referred to a standard value of  $P_a$  (760 mm Hg), and  $H_{on}$  denotes the torque we would expect according to KÖNIG's formula if the sound pressure were  $p_0$  (1 dyn/cm<sup>2</sup>) we get

$$\frac{H_n}{H_{on}} = F_d \frac{p_n^2}{p_0^2} = F_d \frac{p_1^2}{p_0^2} \frac{p_2^2}{p_1^2} \dots \frac{p_n^2}{p_{n-1}^2}$$

from which we see that if we for each value of  $k$  plot  $H_n/H_{on}$  on a logarithmic scale as a function of  $ka$ , we get curves showing how  $F_d$  varies with varying  $ka$ ; but the curves will be displaced vertically by a distance equal to  $\log(p_n^2/p_0^2)$ .

The logarithm of the ratios  $p_2^2/p_1^2, p_3^2/p_2^2, \dots$  were therefore calculated in the following way. For each value of  $k$  the data points for  $H_n/H_{on}$ , plotted on a logarithmic scale, were connected to give a broken curve. The average ordinate separation of two broken curves, obtained at two adjacent values of  $k$ , was determined by measuring the area between the curves within the overlapping range of  $ka$ , and divide this area by the length of the overlapping range of  $ka$ .

The data points for each value of  $k_n$  were then shifted by an amount equal to the corresponding value of  $\log(p_n^2/p_1^2)$  determined in the just mentioned way.

The shifted data points describe one single curve in the whole range of  $ka$ , and we denote them

$$y = y(ka) = F_d(p_1^2/p_0^2).$$

$F_d$  tends to unity when  $ka$  tends to zero.  $p_1^2$  was therefore found by an extrapolation of a curve drawn through the shifted data points,  $y$ , to  $ka$  equal to zero. It seemed reasonable to assume that  $F_d$  is a linear function of  $(ka)^2$  for  $ka$  less than

one. So the data points  $y$  were plotted in a diagram on a natural scale as a function of  $(ka)^2$ , and a straight line

$$y = \beta + \alpha(ka)^2 = \beta \left[ 1 + \frac{\alpha}{\beta} (ka)^2 \right]$$

was drawn through the data points for  $ka$  equal to or less than one, to obtain a least-squares fit.  $F_d$  and  $p_1^2$  were then given by the parameters  $\alpha$  and  $\beta$

$$F_d = 1 + \frac{\alpha}{\beta} (ka)^2 \text{ for } ka < 1, \text{ and } p_1^2 = \beta p_0^2.$$

The data points  $y$ , plotted on a logarithmic scale, were finally shifted by an amount equal to  $\log(p_1^2/p_0^2)$ , and so the final data points for  $F_d$  were obtained.

## 2.5. The results of measurements and their uncertainty

The data points for  $F_d$  and the fitted extrapolation curve are shown in Fig. 1. A curve drawn

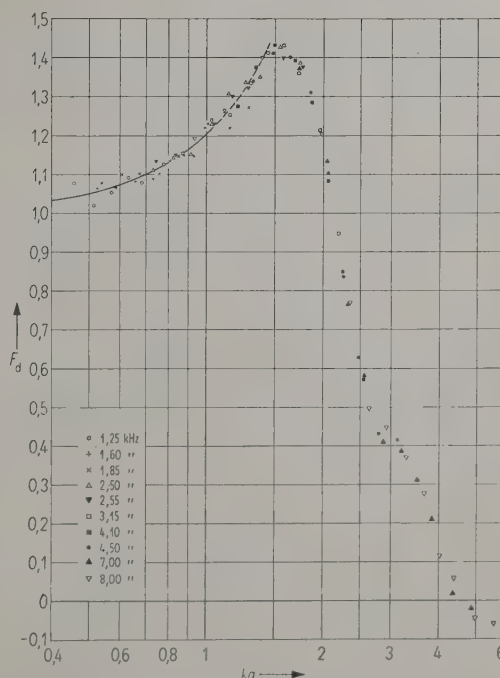


Fig. 1. The measured data points for the diffraction correction  $F_d$ , and the fitted extrapolation curve.

through all the data points is shown in Fig. 2, and the calculated standard deviation of the curve is indicated by dotted curves.

The measurements of torques on various discs at various frequencies were carried out in random



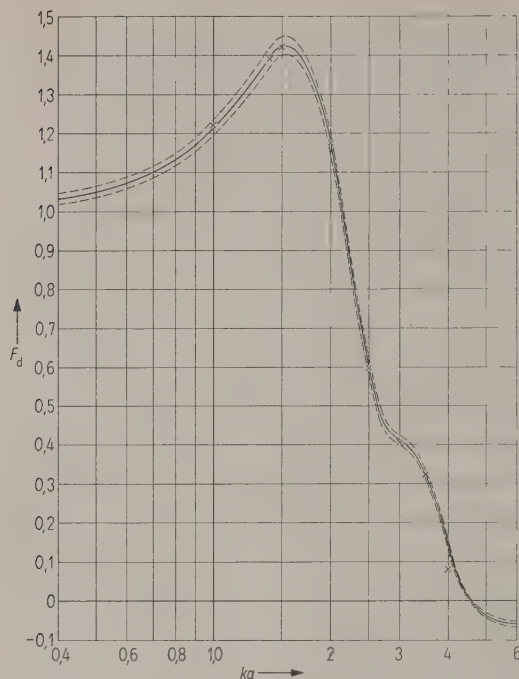


Fig. 2. Experimental curve for the diffraction correction  $F_d$ . The cross-marked points are the theoretical values of  $F_d$  obtained by KAWAI and by HØJGAARD JENSEN and SAERMARK.

order, in order to avoid errors in the results due to time trends, e.g. in the system for controlling the sound level.

The relative standard deviation of the  $F_d$ -curve was calculated from the relative standard deviations of the quantities  $H_n/H_{on}$  and  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

The estimated standard deviations of  $H_n/H_{on}$  are listed in Table II, and they include the standard deviation of sensitivity of torquemeter (0.15%), of reading of the torquemeter ( $2 \times 10^{-5}$  dyn cm), of intensity of incident sound wave (0.5%), of atmospheric pressure  $P_a$  (0.13%), of disc radius ( $2.5 \times 10^{-3}$  cm) and of the angle  $\theta$  ( $0.3^\circ$ ).

The relative standard deviation of the sound pressure  $p_1$  at the lowest frequency used was estimated to be 0.8%, and it was due to uncertainty by the previously mentioned extrapolation of the measured data to  $ka = 0$ . The relative standard deviation of the ratios of sound pressure  $p_2/p_1, \dots, p_n/p_{n-1}$  were estimated to be 0.4%.

The extrapolation curve, found by a least-squares fit to all the data points for  $ka < 1$ , gave

$$F_d = 1 + 0.203(ka)^2, \text{ for } ka < 1.$$

It may be mentioned that the data points obtained at 1.85 kc/s indicate a curve different from the curve through the rest of the data points. At 1.85 kc/s was found  $F_d = 1 + 0.182(ka)^2$  for  $ka < 1$ . This departure was only partly explainable by the polychromacy of the wave at 1.85 kc/s.

### 3. Theoretical solutions of the diffraction correction

A theoretical determination of  $F_d$  was first obtained by KOTANI [5] and by KING [6]. With the assumptions mentioned in the introduction, except for assumption 1), they both found

$$F_d = 1 + \frac{1}{5}(ka)^2 + o(ka)^4$$

for  $\theta = 45^\circ$  and  $ka < \frac{1}{2}$ .

KAWAI [7] calculated values of  $F_d$  for larger  $ka$ . His numerical values, again for  $\theta = 45^\circ$ , are given in Table III. The values for  $ka$  equal to 1.0, 1.4 and 2.0 were actually obtained by HØJGAARD JENSEN and SAERMARK [8] on the basis of the general solution of KOTANI.

Table III.

Theoretical values of the diffraction correction  $F_d$  for a thin RAYLEIGH-disc of infinite inertia and angle of incidence  $45^\circ$ .

$ka$	1.0	1.4	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
$F_d$	1.22	1.39	1.42	1.175	0.596	0.405	0.323	0.079

Table II.

Relative standard deviation of the average of four measurements of  $H_n/H_{on}$  in percent.

Radius of disc cm	Frequency (kc/s)									
	1.25	1.60	1.85	2.50	2.55	3.15	4.10	4.50	7.00	8.00
	Wave number (cm <sup>-1</sup> )									
	0.228	0.292	0.338	0.456	0.465	0.575	0.749	0.822	1.28	1.46
1.350	—	—	—	—	—	—	—	0.9	0.8	2.2
1.600	—	—	1.3	1.2	1.3	—	1.2	0.6	0.7	2.1
1.795	—	2.2	1.0	0.8	1.0	1.9	0.9	0.6	0.7	2.2
2.000	2.1	1.6	0.7	0.6	0.7	1.4	0.6	0.5	0.6	1.8
2.250	1.6	1.1	0.6	0.5	0.6	0.9	0.5	0.4	0.6	1.5
2.500	1.0	0.9	0.5	0.4	0.5	0.7	0.5	0.4	0.5	1.5
2.750	0.9	0.6	0.4	0.4	0.4	0.6	0.4	0.4	0.5	2.6
3.000	0.7	0.5	0.3	0.3	0.3	0.5	0.4	0.3	0.5	4.1
3.400	0.5	0.4	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.3	2.9	3.5
3.800	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.3	2.1	2.0

The theoretical values are shown in Fig. 2 for comparison with the experimental curve. The difference between the experimental and theoretical values is seen to be of the order 0.5% and thus not significant except for the point  $ka = 4.0$ . This difference may be explained by the finite inertia of the disc as shown in Section 4.

#### 4. The inertia correction for a Rayleigh-disc

##### 4.1. The case $a \ll \lambda$

In this Section, a correction is derived to take account of the fact that the disc does not remain fixed, but vibrates in response to the alternating force exerted on it by the sound vibrations in the fluid.

Besides being acted on by alternating forces, which force the disc into translational vibrations, it is also acted on by the torque. Since the torque also oscillates, the frequency of the alternating torque being twice that of the sound wave, the disc will also perform angular oscillations.

The effect of these angular oscillations on the torque can be neglected in the important case  $\theta$  equal to  $45^\circ$ , seeing that the torque is a function of  $\sin(2\theta)$  and therefore insensitive to small deflections from  $\theta$  equal to  $45^\circ$ .

In order to derive the effect on the torque of the translational vibrations of the disc, we will first derive the velocity  $\bar{v}$  of the disc.

The disc is assumed to be freely suspended, and the assumptions 1) to 6) of Section 1 are taken to hold. The sound wave is assumed to be propagating perpendicular to the suspension axis of the disc at an arbitrary angle of incidence, and the particle velocity of the undisturbed sound wave is denoted  $\bar{u}$ .

If the disc were wholly carried along with the fluid, the force acting on it would be equal to the force acting on the mass of the fluid displaced by the disc, which is  $\rho_0 V_d d\bar{u}/dt$ . However, the disc has a velocity  $\bar{v}$  relative to a coordinate system  $(x, y, z)$ , which is wholly carried along with the fluid and with  $xz$ -plane parallel to the disc and  $z$ -axis parallel to the suspension axis. The relative velocity  $\bar{v} - \bar{u}$  will result in an additional reaction force on the disc of  $m_i d(u_i - v_i)/dt$ , where  $m_i$  denotes the induced mass of the disc for acceleration in the  $i$ -th direction. The induced mass for acceleration perpendicular to a infinitely thin circular disc, here in the  $y$ -direction, is well known, see e.g. LAMB [9]. The same value is also used here for the disc of small but finite thickness, namely,  $m_y = 8/3 \rho_0 a^3$ . Assuming the disc to be thin, we neglect the induced mass for acceleration parallel to the disc, i.e.  $m_x = 0$ .

Thus we obtain the following equations of motion:

$$\rho_d V_d dv_x/dt = \rho_0 V_d du_x/dt,$$

$$\rho_d V_d dv_y/dt = \rho_0 V_d du_y/dt + 8/3 \rho_0 a^3 d(u_y - v_y)/dt,$$

where  $\rho_d$  denotes the density of the disc.  $V_d = \pi a^2 t$ , since the disc is a cylinder, where  $t$  is the thickness of the disc, whereas  $t$  denotes time in the equations of motion. Substituting  $V_d$  in the equations of motion and integrating both sides with respect to time, we obtain for the components of  $\bar{v}$ :

$$v_x = (\rho_0/\rho_d) u_x,$$

$$v_y = \frac{1 + \frac{4}{3\pi} \frac{2a}{t}}{\frac{\rho_d}{\rho_0} + \frac{4}{3\pi} \frac{2a}{t}} u_y.$$

The torque on the disc depends on the relative velocity and the relative angle of incidence. Using the relative values of particle velocity and angle of incidence we find for the actual torque

$$\bar{H}_i = F_i \bar{H}_0 = \frac{(u_x - v_x)(u_y - v_y)}{u_x u_y} \bar{H}_0,$$

where  $\bar{H}_0$  is given by eq. (1). Substituting  $v_x$  and  $v_y$  we obtain the final value of the inertia correction

$$F_i = \frac{\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_d}\right)^2}{1 + \frac{4}{3\pi} \frac{\rho_0}{\rho_d} \frac{2a}{t}}. \quad (3)$$

The corresponding inertia correction determined by WOOD [10] is:

$$F_i = \left[ \frac{1 - \frac{\rho_0}{\rho_d}}{1 + \frac{4}{3\pi} \frac{\rho_0}{\rho_d} \frac{2a}{t}} \right]^2, \quad (4)$$

and by KING [6] is:

$$F_i = \frac{1 - \frac{\rho_0}{\rho_d}}{1 - \frac{\rho_0}{\rho_d} + \frac{4}{3\pi} \frac{\rho_0}{\rho_d} \frac{2a}{t}}. \quad (5)$$

Experiments carried out by KÖSTERS [11] seemed to agree with WOOD's factor, and therefore this formula has been adopted in the literature, see e.g. SKUDRZYK [12].

A comparison of the three expressions for  $F_i$  is shown in Fig. 3. Curve 1, 2 and 3 are for a relatively thick ( $t/2a = 0.175$ ), while 4, 5 and 6 are for a relatively thin disc ( $t/2a = 0.014$ ).

KÖSTERS worked with rather thick discs in water (just of the order  $t/2a \sim 0.175$ ), for which case WOOD's factor is close to the factor given by eq. (3); whereas KING's factor is nearest to the factor given by eq. (3) for thin discs.



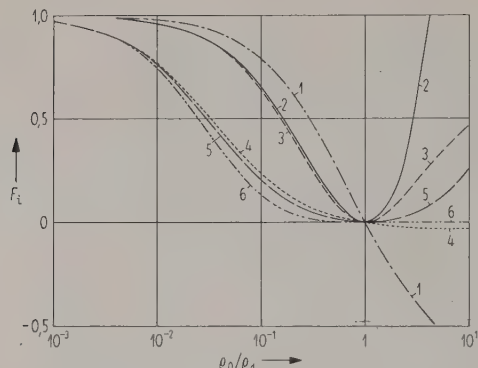


Fig. 3. Comparison of theoretical inertia corrections.

Curve 1: KING  
 Curve 2: Present author } for  $t/2 a = 0.014$ .  
 Curve 3: WOOD  
 Curve 4: KING  
 Curve 5: Present author } for  $t/2 a = 0.175$ .  
 Curve 6: WOOD

The difference between WOOD's and KING's factors is naturally first of all due to the assumptions about the motion of the disc. KING assumed the velocity of the disc to be perpendicular to the disc, neglecting the pressure on the edges, whereas WOOD assumed the disc to oscillate in the direction of propagation of sound. In reality the motion is something between these two assumptions.

The conclusion of this is: The value of the inertia correction found by KING's formula is close to the correct value for thin discs in gases, but diverges from the true value for thin discs in a liquid. When thin discs are used in a liquid, the inertia effect is so large that the sensitivity is reduced considerably, accordingly it is necessary to use thick discs of elliptical cross-section, because KÖNIG's theory includes the torque on an ellipsoid of revolution, and a correct formula for the inertia correction is easily found for an ellipsoid in the same manner as used here for a thin disc.

The induced masses of ellipsoids for acceleration in the principal directions are known from the literature [13]. According to eq. (3), see Fig. 3, it may be advantageous to use discs of a density less than the density of the liquid. The suspension of such relatively light discs can be made considerably more sensitive because of the smaller moments of inertia of the discs.

#### 4.2. The case $2a \sim \lambda$

KING [6] has found a theoretical expression for  $F_i$  valid for  $ka \leq \frac{1}{2}$ . For  $\theta = 45^\circ$  this can be written

$$F_i = \frac{1 - \frac{\rho_0}{\rho_d}}{1 - \frac{\rho_0}{\rho_d} + \frac{4}{3\pi} \frac{\rho_0}{\rho_d} \frac{2a}{t} \left[ 1 + \frac{1}{5} (ka)^2 \right]}$$

KING's factor for a mica disc in air,  $\theta = 45^\circ$  and  $ka = \frac{1}{2}$  is shown in Fig. 4.

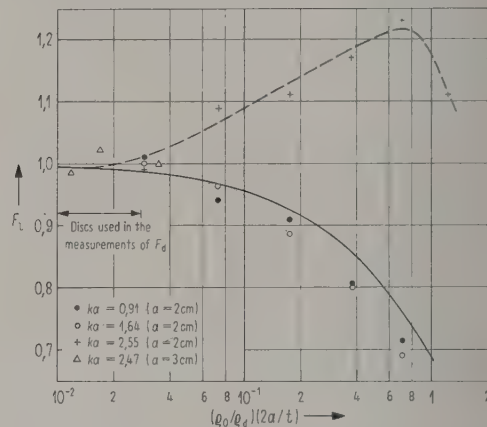


Fig. 4. Comparison of experimental inertia corrections for various values of  $ka$ . The dotted curve is fitted to the measured points, and the full drawn curve is the theoretical inertia correction of KING for  $ka = \frac{1}{2}$ .

With the same assumptions about the motion of the disc as used by KING [6], KAWAI [7] has calculated  $F_i$  for higher values of  $ka$ . KAWAI's numerical results, again for  $\theta = 45^\circ$ , are shown in Table IV.

Table IV.  
 KAWAI's inertia correction  $F_i$  for  $\theta = 45^\circ$  and  
 $t/2 a = 0.014$ .

$ka$	Mica in air	Brass in water
	$\rho_0/\rho_d = 4.63 \times 10^{-4}$	$\rho_0/\rho_d = 1.15 \times 10^{-4}$
1.5	1.014	0.15
2.0	0.009	0.18
2.5	0.982	0.33
3.0	1.007	0.42
3.5	1.019	0.47
4.0	1.20	1.33

The inertia correction given by eq. (3) is seen to be a function of the product  $(\rho_0/\rho_d)(2a/t)$  alone, when  $\rho_0/\rho_d \ll 1$ . By an experimental investigation of  $F_i$  it was assumed that  $F_i$  also for  $2a \sim \lambda$  and  $\rho_0/\rho_d \ll 1$  is a function of  $(\rho_0/\rho_d)(2a/t)$  alone.

In Fig. 4 the result of measurements in air on discs of various thickness and material (lead and mica) is shown. The  $F_i$ -curve for  $ka = 2.5$  is seen to differ considerably from the curves for smaller values of  $ka$ . The discs used in the experimental determination of the diffraction correction are seen to have small deviations, from 1% to 2%, due to the vibrations of the discs; but the deviations vary in sign and size with varying  $ka$ .

For that reason the data for the diffraction correction have not been corrected for the finite inertia of the discs used.

Table IV shows a fast increase of the inertia correction about  $ka=4$ , and this, for a disc not in vibration, may be the reason for the difference in the theoretical result and the experimental result for  $ka=4$ .

### 5. A comparison of methods for measurement of absolute sound intensity

The absolute sound intensities were calculated on the basis of the measurements with RAYLEIGH-discs.

At the same point in the sound field as the RAYLEIGH-disc the sound pressure was measured with a  $\frac{1}{2}$  inch Brüel & Kjær condenser microphone calibrated by reciprocity. These measurements were carried out by ing. G. RASMUSSEN of Brüel & Kjær. The intensities obtained by the two methods are compared in Table V. Measurements at 1.85, 2.55, and 4.10 kc/s could not be compared, because the microphone for controlling the sound level was changed in the time between the RAYLEIGH-disc and microphone measurements.

Table V<sup>1</sup>.  
Comparison of measurements of absolute sound intensities.

Frequency	Measured with discs	Measured with microphone	Difference
kc/s	dB	dB	dB
1.25	91.55	91.65	-0.10
1.60	92.79	92.80	-0.01
2.50	97.29	97.15	+0.14
3.15	92.85	92.73	+0.12
4.50	100.35	100.14	+0.21
7.00	100.61	98.70	+1.91
8.00	96.06	96.09	-0.03

The agreement is within 0.15 dB, except at the frequency 7 kc/s. This one disagreement may possibly be a result of a reading error of 2 dB with the microphone, since only one reading was obtained at each frequency.

### 6. General discussion

A correction factor to KÖNIG's formula,  $F=H/H_0$ , will be, in general, a function of the following dimensionless quantities:  $ka$ ,  $\theta$ ,  $t/2a$ ,  $\varrho_0/\varrho_d$ ,  $a/R$ ,

<sup>1</sup> The data in Table V are not directly comparable. The intensities calculated from the disc-measurements are relative  $10^{-16}$  W/cm<sup>2</sup>, whereas the microphone measurements are expressed in dB relative  $2 \times 10^{-4}$  dyn/cm<sup>2</sup> corresponding to  $0.965 \times 10^{-16}$  W/cm<sup>2</sup> ( $\varrho_0 = 1.203 \times 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup> and  $c = 344$  m/s). Consequently a correction of -0.15 dB should be added to the microphone measurements before comparison can be made.

$s/a$  and  $a^2 \omega/\nu$ , when the sound field is spherical. In the experiments described in Section II, only  $\theta$  and  $\varrho_0/\varrho_d$  were kept constant ( $45^\circ$  and  $1.06 \times 10^{-4}$ ) while the rest of the parameters were varied within the intervals:

$$\begin{aligned} 0.46 &\leq ka \leq 5.55, \\ 3.62 \times 10^{-3} &\leq t/2a \leq 11.1 \times 10^{-3}, \\ 1.15 \times 10^{-2} &\leq a/R \leq 3.25 \times 10^{-2}, \\ 1 \times 10^{-7} &\leq s/a \leq 2 \times 10^{-6}, \\ 2.28 \times 10^3 &\leq a^2 \omega/\nu \leq 1.16 \times 10^5. \end{aligned}$$

When  $ka \leq 3.5$ , none of the data points for  $H/H_0$  have a significant departure from the theoretically calculated diffraction correction, which takes account of the dependency on the parameter  $ka$  only. This indicates that as long as the requirement for accuracy of measurement is not greater than 0.1 dB, viscosity and turbulence have no significant influence on measurements with RAYLEIGH-discs in air under the conditions described in this paper. In air, thin cylindrical discs of a heavy material, lead, silver or the like, are able to satisfy both the assumption of no thickness and of infinite inertia for  $\theta = 45^\circ$  and  $ka \leq 3.5$ , as long as the accuracy shall not exceed 0.1 dB.

As a result of our knowledge of the diffraction correction shown in Fig. 2 we are now able to use discs for measurements of absolute particle velocity at high frequencies. The smallest disc, which is practically useable, has a radius of 1 mm and a thickness of 0.01 mm. A suitable suspension for such a disc is e.g. a quartz fibre of thickness 1  $\mu$ m and length 10 cm.

Using such a small disc and the uncorrected KÖNIG's formula it is possible to measure particle velocity of sound waves at frequencies up to about 16 kc/s, if the error due to diffraction shall be less than 0.1 dB. Now, using the diffraction correction up to  $ka=3.5$ , we can measure particle velocity of progressive sound waves at frequencies up to 190 kc/s.

Present experimental work was started at the request of Prof. R. E. H. RASMUSSEN, and it was rendered possible thanks to the help and good-will of the Professor in providing laboratory facilities.

I wish to thank Dr. M. STRASBERG and Mr. L. LØGSTRUP JENSEN very much for valuable criticism and Prof. K. SAERMARK for guidance concerning existing theoretical results.

Finally, I wish to thank Mr. E. FIEGE for his always careful and interested assistance in the practical work.

(Received June 14<sup>th</sup>, 1963.)



## References

- [1] KÖNIG, W., Ann. Phys. Lpz. **43** [1891], 43.
- [2] BARNES, E. and WEST, W., J. Inst. Elect. Engrs. **65** [1927], 871.
- [3] ZERNOW, W., Ann. Phys. **1** [1908], 79.
- [4] SCOTT, R. A., Proc. Roy. Soc. (A) **183** [1945], 296.
- [5] KOTANI, M., Proc. Math. Phys. Soc. Japan **3**; **15** [1933], 30.
- [6] KING, L. V., Proc. Roy. Soc. (A) **153** [1935], 17.
- [7] KAWAI, N., Sci. Rep. Tohoku Imp. Univ. 1. Ser. **35** [1951], 210.
- [8] JENSEN, H. H. and SAERMARK, K., Acustica **8** [1958], 79.
- [9] LAMB, H., Hydrodynamics. Cambr. Univ. Press 1906.
- [10] WOOD, A. B., Proc. Phys. Soc. Lond. **47** [1935], 779.
- [11] KÖSTERS, A., Acustica **2** [1952], Beiheft 2, 171.
- [12] SKUDRZYK, E., Die Grundlagen der Akustik. Springer-Verlag, Wien 1954, p. 908.
- [13] KOTSCHIN, N. J., KIBEL, I. A. and ROSE, N. W., Theoretische Hydromechanik Part I. Akademie-Verlag, Berlin 1954, p. 359.

## THE PROPAGATION OF SOUND IN MUD

by A. B. WOOD and D. E. WESTON

Admiralty Research Laboratory, Teddington, Middlesex

## Summary

A number of attempts to measure the absorption of sound in mud in the laboratory were unsuccessful, due to the entraining of air. Successful measurements were made in undisturbed mud in Emsworth harbour for ranges up to 180 feet. Over the frequency range 4 kc/s to 50 kc/s absorption in dB/ft was approximately equal to 1/50 frequency in kc/s. The velocity of sound measured in situ was 3% below that of sea water. Measurements on the acoustic properties of sand and the physical properties of mud and sand are also described.

## Zusammenfassung

Eine Reihe von Versuchen, die Absorption von Schall in Schlamm im Laboratorium zu messen, waren wegen der eingeschlossenen Luft erfolglos. Erfolgreiche Messungen wurden im ungestörten Schlamm des Hafens von Emsworth über Entfernungen bis zu 180 Fuß gemacht. Im Frequenzbereich von 4 kHz bis 50 kHz entsprach die gemessene Absorption in dB/Fuß etwa 1/50 der Frequenz in kHz. Die Schallgeschwindigkeit lag etwa 3% unter der vom Meerwasser. Außerdem werden Messungen der akustischen Eigenschaften von Sand und der physikalischen Eigenschaften von Sand und Schlamm beschrieben.

## Sommaire

Un certain nombre d'essais de mesure de l'absorption du son dans la boue en laboratoire ont échoué à cause de l'inclusion d'air. Des mesures couronnées de succès ont été faites dans la boue non remuée, dans le havre d'Emsworth, sur des étendues jusqu'à 180 pieds. Dans la bande de fréquences de 4 kc/s à 50 kc/s l'absorption en dB/pied était approximativement égale à 1/50 de la fréquence en kc/s. La vitesse du son mesurée «in situ» était de 3% inférieure à la vitesse dans l'eau de mer. On décrit aussi les propriétés acoustiques du sable et les propriétés physiques du sable et de la boue.

## 1. Introduction

This paper is concerned with the propagation velocity and absorption coefficient of sound waves in mud, and to a lesser extent waterlogged sand, for a wide range of frequencies. It has been known since the 1920s that sound must penetrate mud and sand, since echo-sounding records have shown the presence of rock underlying many feet<sup>1</sup> of sediment. Thus sound at a few tens of kc/s could travel appreciable

distances. The later technique of refraction shooting has shown that low-frequency sound can travel many miles through sediment layers, and has allowed sound velocities to be estimated.

In the literature there are a number of reports of velocity measurements on sediments in situ. Some measurements are direct as in refraction shooting, and some are indirect and deduced from the behaviour of the reflection coefficient at the sea-bed e.g. MACKENZIE [1], FRY and RAITT [2]. There are also laboratory velocity measurements at high frequencies e.g. LAUGHTON [3]. Absorption measurements are much rarer. NYBORG, RUDNICK and SCHILLING [4] worked in the laboratory from 10 to 100 kc/s, and

<sup>1</sup> The units used in this paper can be transformed into the units of the International mksA-System by the equations: 1 ft = 0.3048 m, 1 yard = 0.91438 m, 1 gallon = 4.5435 dm<sup>3</sup>.

were troubled by the presence of air. In saturated soil said to be air-free they quoted the absorption as less than 2 dB/cm. SHUMWAY (see HAMILTON et al. [5], SHUMWAY [6], [7]) used a resonance method at 30 kc/s with very carefully gathered sediment samples, and quoted absorptions of a few dB/ft. Similar decrements have been reported by TSAREVA [8], PATERSON [9], and BUSBY and RICHARDSON [10]. If one were to include consolidated sediments there would be rather more work on attenuation to report (see e.g. WYLLIE, GARDNER and GREGORY [11]).

The present paper deals with some investigations of both velocity and absorption made in 1951/52, but concentrates on the less explored and more difficult problem of measuring absorption. It presents in particular some *in situ* measurements in Emsworth Harbour, Hampshire, where for the first time absorption in unconsolidated sediment was investigated over a wide frequency range. A brief discussion of the meaning of the results and of the theoretical background is also given.

## 2. Attenuation Measurements

### 2.1. *In the laboratory*

Several preliminary experiments with different techniques were mounted in the laboratory, but since none were entirely successful only a list is given here — with an indication of the results. The reasons for failure are discussed since they are of considerable interest.

In the first experiment the reverberation decay of sound was measured in a 5-gallon oil drum filled with soft mud. The results suggested an absorption of 6.0 dB/ft for frequencies 10 kc/s to 30 kc/s, and 0.35 dB/ft at about 200 c/s. In a second reverberation experiment at a later stage of the investigation great care was taken to avoid the possibility of entraining air bubbles. A 1.5-inch diameter steel tube was loaded underwater in Emsworth Harbour with mud direct from the sea-bed. Only an upper limit to the absorption was determined, varying linearly with frequency from 0.7 dB/ft at 1.6 kc/s to 4.0 dB/ft at 9.1 kc/s.

In a third experiment 20 kc/s standing waves were investigated in the same 1.5-inch tube, this time filled with a diluted mud. The indicated absorption was 7 dB/ft.

In the fourth experiment a trough holding a 6-inch water channel was used. The channel was lined with a rubber mousse having air-tight cells, in order to provide a free-end or pressure-release boundary. This channel behaves like a waveguide, so that all work was carried out above the cut-off of the lowest or 1.1 mode at 6.6 kc/s, but no higher than 15 kc/s in order to avoid interference from

higher modes. When the trough was filled with diluted mud absorptions of 530 dB/ft at 8 kc/s and 730 dB/ft at 14 kc/s were observed. The fifth series of experiments also used the trough, water-filled except that the two ends were separated by a slab of mud typically one inch thick. The transmission loss across the slab was of the order of 40 dB, increasing with frequency. Some of the mud slabs were contained in perspex cells, and one of these 3 inches thick was placed in a vacuum vessel and evacuated for several hours — large volumes of gas escaping. On re-testing the transmission loss had fallen to 1 dB. A similar 1 dB loss applied when the cell was directly loaded with mud from the sea-bed at Emsworth. Similar studies with sand showed loss figures of 70 dB and 5 dB before and after evacuation, using a 1.5-inch cell.

It is clear from all these results that the enormous attenuations measured in part of the work were due to the artificial introduction of large quantities of air. Gas bubbles cause an energy loss due to thermal conduction, and also a scattering loss. In the mud slab experiments there would also be a loss due to a mismatch in acoustic impedance. When care is taken to eliminate or exclude air all the results are reasonably consistent, several dB/ft at about 10 kc/s. However there is no guarantee that all the air has been eliminated or, more important, that the disturbance of the mud and the reduction in its ambient pressure have not caused the evolution of dissolved gases. It is well-known that sediments contain gases, sometimes in very large quantities, and none of the laboratory experiments were carried out in pressurised containers. Also the measurement of very low absorptions, such as determined in the Emsworth studies, is a little difficult in the laboratory — though reverberation methods seemed the most promising. In view of the success of the Emsworth *in situ* work the laboratory methods were not pursued.

### 2.2. *In situ at Emsworth*

Emsworth Harbour was chosen for the *in situ* experiments since large areas of mud were available there, it was easily accessible from London, and facilities were available from the Central Metallurgical Laboratory. In the region studied the mud was of a constant 3-foot depth overlying gravel.

Special transducers were constructed for this study, the same design being used both as projectors and receivers. They had to satisfy three special requirements:

- a) small physical size so that the probes could be pushed easily in and out of the mud,
- b) low impedance, to work directly into 30 yards of cable,
- c) wide frequency range, 4 kc/s to 70 kc/s.



Eventually barium titanate cylinders were used, 2 inches long and external diameter one inch, mounted in a brass case (Fig. 1). A 3-foot length of

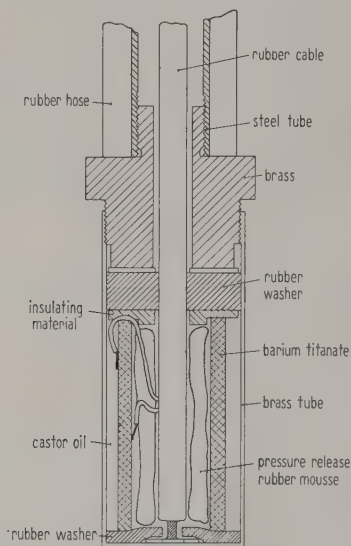


Fig. 1. The barium titanate transducer.

piping was attached for handling, and the piping decoupled from the mud by a covering of cloth-reinforced low-pressure steam hose.

The first attenuation studies were carried out near the time of high tide, with the acoustic probes mounted on a 3-foot tripod frame. They were unsuccessful because the laboratory experiments had led to a gross overestimate in the expected attenuation.

Further work needed a longer baseline, and was carried out at low tide with the probes separately pushed to half-depth in the mud. Separations between 1 1/4 ft and 180 ft could be achieved, although moving about on the mud necessitated the use of mud-skis or pattens. The preliminary trial showed the order of magnitude of the attenuation, but only seven separations were investigated and there were large anomalies in the transmission, thought to be due to mode interference effects.

Therefore in the next trial observations were made at many more points, and the probes were placed at a definite and repeatable depth, i.e. resting on the gravel sub-bottom. The results for six different frequencies are shown in Fig. 2. There is much structure, which for the 4 kc/s and 8 kc/s curves may be positively identified as due to interference between the two lowest modes of propagation (see Section 3.2). At high frequencies the pattern is complicated by the contribution of other modes. Absorption figures were calculated from the curves for frequencies up to 48 kc/s, after making an allowance for cylindrical spreading. The reality of cylindrical

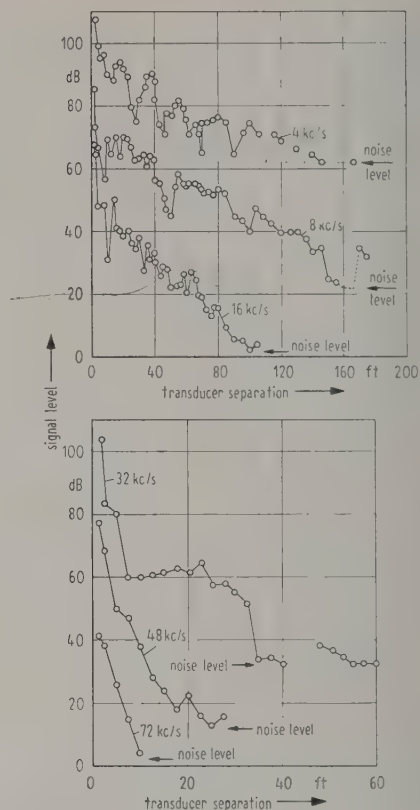


Fig. 2. Sound transmission curves in Emsworth mud at low tide (dB re arbitrary reference).

spreading is proved by the presence of mode interference, though it is true the absorption figures could be a little too large because of boundary losses.

At 72 kc/s and 48 kc/s most of the experimental points lie at distances less than 15 ft, so it is necessary to make use of the region close in where cylindrical spreading has not been established. There is a convenient method of separating geometrical spreading and attenuation (K. TAMM, unpublished) if the pressure  $p$  depends on range  $r$  according to the law

$$p = p_0 r^{-m} e^{-\alpha r}.$$

On taking logarithms, differentiating, and expressing the pressure as  $p'$  dB

$$-r \frac{dp'}{dr} = 8.7(m + \alpha r).$$

The plot in Fig. 3a for 48 kc/s transmission may be fitted by a straight line between say 3 ft and 10 ft. The value of the intercept ( $m=2$ ) provides strong evidence for dipole spreading near the source, and the slope suggests an attenuation of 0.92 dB/ft. Further estimates of the 48 kc/s attenuation may be obtained directly from appropriate parts of the transmission curves after correcting for dipole or cylin-

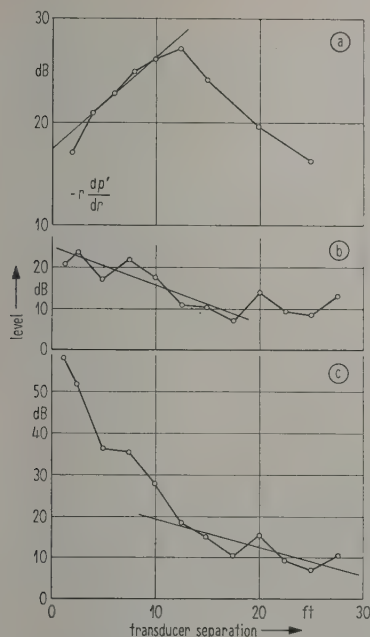


Fig. 3. The separation of geometrical spreading and attenuation for the 48 kc/s curves (dB re arbitrary reference).

- (a) Plot following TAMM.  
Estimated attenuation 0.92 dB/ft.
- (b) Level corrected for dipole spreading.  
Estimated attenuation 0.9 dB/ft.
- (c) Level corrected for cylindrical spreading.  
Estimated attenuation 0.7 dB/ft.

dical spreading (Fig. 3b and c). The 72 kc/s attenuation has also been obtained after applying a dipole correction. It is worth explaining that physically this dipole law arises from the addition of the sound from the source and from its negative image in the hard bottom. Specular reflection is possible when the angle of incidence is near grazing, and beyond the critical angle there is a phase change which approaches  $\pi$  as the angle of incidence becomes grazing.

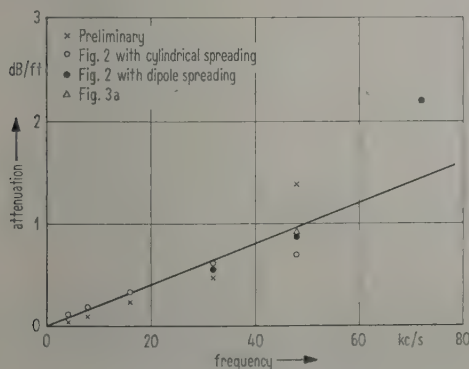


Fig. 4. Experimental values for absorption in Emsworth mud.

The Emsworth absorption results are plotted in Fig. 4, and the fitted straight line corresponds to

$$\text{Absorption in dB/ft} = \frac{1}{50} \text{ Frequency in kc/s.}$$

If absorption is assumed to be proportional to some power of frequency, a log/log plot is the most suitable for determining the index. Using only the Fig. 2 results with assumed cylindrical spreading the index appears as low as 0.7. Taking all results into account, with widely varying reliability and weighting (including the high 72 kc/s value), it is about 1.05. The best value is thought to lie within 15% of unity.

### 3. Velocity Measurements

#### 3.1. In the laboratory

Only comparatively casual measurements of velocity were made in the laboratory, to test techniques. One method used the perspex cells containing air-free mud, placed in the trough described in Section 2.1. Since there was negligible attenuation a standing wave could be set up at 10 kc/s, and the positions of the nodes and antinodes noted on either side of the cell. The displacement from the expected positions gives a measure of the phase wavelength in the mud cell, found in fact to be 3% below that in the water. It may be shown that one must multiply a fractional change in phase velocity by  $[1 + (f_c/f)^2]^{-1}$  to obtain the fractional change in free space velocity, which is apparently 2%. Here  $f$  is frequency and  $f_c$  is mode cut-off frequency, and it is necessary that all changes should be small. The 2% low becomes 4.5% low when referred to sea-water instead of fresh water.

With waterlogged sand in the steel tube of Section 2.1, the standing-wave method was used to determine the sound velocity as 1.35 times that in water.

#### 3.2. In situ at Emsworth

Three different methods were used to estimate velocity. First phase measurements in both water and mud were made with the barium titanate transducers mounted on the tripod frame, suggesting a mud velocity about 5% lower than that in the water.

Secondly the experimental and theoretical interference pattern spacings may be compared, as in Table I. The theoretical spacing for the first and second mode interference may be most conveniently calculated following WESTON [12]. Note that the mud thickness was constant to within a few inches, that a mud velocity equal to the water velocity has been taken, and that the velocity assumed for the gravel sub-bottom is not critical (though strata lower



Table I.  
Interaction distances in Emsworth mud.

Frequency	Experimental spacing	Theoretical spacing
kc/s	ft	ft
4	21	30
8	55	51

still may have some effect). The agreement is fair, and is most important in that it confirms the nature of the pattern. It also shows that the velocity in mud is of the same order as that in water.

The only accurate measurements of sound velocity were taken with the Sound Velocity Gradient Meter Mk II, made by Marconi Instruments Ltd. for the Admiralty Research Laboratory (see CHESTERMAN and GIBSON 1958 [13]). One magnetostriction transducer transmitted to another at 48.6 kc/s, and the phase of the received signal was observed. This instrument was alternately placed in the sea-water above the mud, and forced into the soft mud. Results with transducer separations of both 4.4 and 7.9 inches showed a 3% velocity reduction for the mud, relative to water of temperature 17 °C and salinity undetermined.

#### 4. Physical Measurements

Mud may be regarded as a suspension of very small solid particles dispersed through a continuous liquid phase. The concentration of solids is high, and mud which has not recently been disturbed behaves like a gel, with a certain amount of rigidity. There appears to be a structure binding the whole mass together, in contrast to the behaviour of sand.

The Emsworth mud was fairly fine, and therefore of low density. Specific gravity was determined as 1.32, fraction by volume of solid matter as about 0.24 (i.e. porosity 0.76), and specific gravity of solid matter as about 2.3. The specific flow resistance was determined with a variable-head apparatus as  $3.9 \times 10^8$  c.g.s. units (compare a typical value for sand of  $2.6 \times 10^4$ ). If the mud sample is regarded as being equivalent to a solid matrix pierced by a number of circular holes, the hole diameter may be calculated from the permeability and the porosity. This diameter turns out to be  $3.5 \times 10^{-5}$  cm, in comparison with a typical figure of  $2 \times 10^{-4}$  cm for particle size.

Two brief series of experiments were made on the elastic properties of mud. In one a small steel ball was pushed into the mud under a constant force. For times from a few seconds up to several days the penetration was found to be proportional to the logarithm of the time — a relation frequently oc-

curing in creep curves. In the other experiments the rigidity modulus was investigated. The elasticity of mud may be demonstrated by pushing a rod into mud, and making it vibrate transversely. The actual measurements were carried out with mud filling the annular space between two concentric cylinders, and rotational vibrations of the inner cylinder detected optically. There was insufficient time to pursue this work, but it was found the mud transmitted rotations between 5 c/s and 30 c/s, though with considerable damping.

### 5. Discussion and Theory

#### 5.1. Attenuation

The experimental in situ absorption figures for mud reported here come at the bottom of the range of values reported by SHUMWAY [7], though note that his were laboratory measurements. Their greatest importance lies in demonstrating for one sample of mud a linear dependence on frequency. If this linear law is extrapolated downwards to frequencies of interest in seismic prospecting, say 50 c/s, the reasonable attenuation of 1 dB/1000 ft is predicted. It is interesting that the best of the laboratory measurements presented in this paper also tend to follow a linear frequency law, though with absorptions about 20 times greater.

Consider now what absorption may be expected theoretically. Many authors have considered the general problem of absorption in a two-component system, but there is only a little published relevant to the particular conditions in mud. Bior's comprehensive papers [14], [15] are the notable exceptions.

The most obvious loss mechanism is viscosity, and in any calculation three points must be borne in mind:

- the concentration of solid particles may either be so small that they may be considered separately, or so large as to form a lattice or matrix structure,
- the solid material may either remain almost stationary, or take up almost the full motion of the water,
- the structural dimensions (particle sizes or pore diameters) may be either large or small compared to the wavelength of viscosity waves  $2\pi \sqrt{2} \mu / \omega$ , here  $\mu$  is kinematic viscosity and  $\omega$  is angular frequency.

If the densities of the solid and fluid phases are of the same order points b) and c) are closely linked.

There have been many investigations of low-concentration models, and for example the excellent agreement between theory and experiment of URICK [16]

and URICK and AMENT [17] may be mentioned. Large particles at high frequencies remain almost stationary and produce a loss proportional to  $f^{1/2}$ . Small particles at low frequencies tend to move with the fluid and give a loss as  $f^2$ . The concentration in mud is not low, but forgetting this temporarily and calculating the expected absorption it comes out a few orders of magnitude too high.

For high concentration models in which the solid is regarded as an unmoving matrix the absorption may be calculated from the flow resistance (compare MORSE [18]). Even for sand this is not really the case, but should give a result correct within an order of magnitude. Absorption is proportional to  $f^{1/2}$ , and has the reasonable predicted value of several dB/ft at 10 kc/s in coarse sand.

For mud it is necessary to use a high-concentration model, and note that the viscous wavelength is much greater than the pore radius so that the solid phase takes up almost the whole of the water motion. Simple mechanics allows the effect of the small remaining relative movement to be approximately calculated in terms of flow resistance  $R$ , porosity  $k$ , velocity  $c$  and densities  $\rho_m$ ,  $\rho_s$  and  $\rho_w$  of mud, solid and water. For brevity the calculation is omitted but in the result the amplitude attenuation coefficient is proportional to  $f^2$ :

$$\alpha = \frac{[k(1-k)(\rho_s - \rho_w)\omega]^2}{2R\rho_m c} \text{ Neper/cm.}$$

This expression (taken from an unpublished 1952 note) is very similar to Bior's result [14] for the absorption of dilatational waves in the low-frequency range. Even at 50 kc/s it only comes to  $1 \times 10^2$  dB/ft for Emsworth mud, two orders of magnitude below the experimental value. It is interesting to speculate what might happen above 5 Mc/s, where the theoretical value would exceed the extrapolated experimental value.

One is forced to conclude that the measured losses are associated with some extra property of the mud, the most obvious being the internal friction associated with a supposed lattice structure. In connection with the observed thixotropic and creep properties of mud it may be mentioned that BUCHDAHL and NIELSEN [19] have suggested there is a relation between the creep function and dissipation of a viscoelastic medium. The linear frequency dependence can alternatively be described as a loss factor which is independent of frequency, i.e. Emsworth mud may be described as having a  $Q$ -factor of 280. Absorption varying as  $f$  rather than  $f^{1/2}$  or  $f^2$  is difficult to explain theoretically, but also occurs for a whole range of other earth materials at similar  $Q$ -values (WESTON [20]).

## 5.2. Velocity

It may be noted that the in situ and laboratory measurements agree reasonably on sound velocity in Emsworth mud, though the only accurate one was the in situ velocitimeter result that the velocity was  $3 \pm 0.3\%$  below that in sea-water. A simple formula for the velocity in a composite medium may be obtained by treating it as homogeneous, and using the volume averages of density and compressibility (MALLOCK [21], WOOD [22]). For muds there is no error due to slip between the fluid and solid phases until very high frequencies are reached (LAUGHTON [3]), though this may not be true for sand. There are a large number of theoretical papers which consider this and similar problems. It is well-known that the volume-averages formula can give a minimum in velocity, for sediments the theoretical figure is about 3% below that of water — occurring at a porosity value similar to that for Emsworth mud (compare HAMILTON [23]). The measured figure of 35% increase for waterlogged sand agrees reasonably with that expected from its measured 25% porosity.

## 6. Conclusions

It is difficult to measure the acoustic properties of mud in the laboratory, especially the absorption coefficient. This is due to the disturbance of the mud and the entrainment of air.

The in situ Emsworth measurements showed from 4 kc/s to 50 kc/s an absorption coefficient in dB/ft approximately equal to  $1/50$  frequency in kc/s, which is about 20 times less than the laboratory values. The linear dependence is in disagreement with simple theories.

The Emsworth velocitimeter measurements indicate a velocity in mud 3% below that in sea-water. This is in fair agreement with laboratory measurements and good agreement with theory.

## Acknowledgements

The measurements at Emsworth were only made possible by the help and valuable facilities provided by Mr. N. I. HENDEY, then of the Central Metallurgical Laboratory, Emsworth. We are also grateful to the Admiralty Underwater Weapons Establishment, Portland, for the provision of the barium titanate cylinders. Thanks are due to Mr. J. WROE for his part in the experimental work.

(Received July 4<sup>th</sup>, 1963.)



## References

- [1] MACKENZIE, K. V., Reflection of sound from coastal bottoms. *J. Acoust. Soc. Amer.* **32** [1960], 221.
- [2] FRY, J. C. and RAITT, R. W., Sound velocities at the surface of deep sea sediments. *J. Geophys. Res.* **66** [1961], 589.
- [3] LAUGHTON, A. S., Sound propagation in compacted ocean sediments. *Geophys.* **22** [1957], 233.
- [4] NYBORG, W. L., RUDNICK, I. and SCHILLING, H. K., Experiments on acoustic absorption in sand and soil. *J. Acoust. Soc. Amer.* **22** [1950], 422.
- [5] HAMILTON, E. L., SHUMWAY, G., MENARD, H. W. and SHIPEK, C. J., Acoustic and other physical properties of shallow water sediments off San Diego. *J. Acoust. Soc. Amer.* **28** [1956], 1.
- [6] SHUMWAY, G., A resonant chamber method for sound velocity and attenuation measurements in sediments. *Geophys.* **21** [1956], 305.
- [7] SHUMWAY, G., Sound speed and absorption studies of marine sediments by a resonance method. *Geophys.* **25** [1960], 451 and 659.
- [8] TSAREVA, N. V., Propagation of elastic waves in sand. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Geofizicheskaya* **9** [1956], 1044.
- [9] PATERSON, N. R., Seismic wave propagation in porous granular media. *Geophys.* **21** [1956], 691.
- [10] BUSBY, J. and RICHARDSON, E. G., The absorption of sound in sediments. *Geophys.* **22** [1957], 821.
- [11] WYLLIE, M. R. J., GARDNER, G. H. F. and GREGORY, A. R., Studies of elastic wave attenuation in porous media. *Geophys.* **27** [1962], 569.
- [12] WESTON, D. E., A moiré fringe analog of sound propagation in shallow water. *J. Acoust. Soc. Amer.* **32** [1960], 647.
- [13] CHESTERMAN, W. D. and GIBSON, M. J., An instrument for recording changes of sound velocity in the sea. *Acustica* **8** [1958], 44.
- [14] BIOT, M. A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. *J. Acoust. Soc. Amer.* **28** [1956], 168 and 179.
- [15] BIOT, M. A., Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *J. Appl. Phys.* **33** [1962], 1482.
- [16] URICK, R. J., The absorption of sound in suspensions of irregular particles. *J. Acoust. Soc. Amer.* **20** [1948], 283.
- [17] URICK, R. J. and AMENT, W. S., The propagation of sound in composite media. *J. Acoust. Soc. Amer.* **21** [1949], 115.
- [18] MORSE, R. W., Acoustic propagation in granular media. *J. Acoust. Soc. Amer.* **24** [1952], 696.
- [19] BUCHDAHL, R. and NIELSEN, L. E., The application of NUTTING's equation to the viscoelastic behaviour of certain polymeric systems. *J. Appl. Phys.* **22** [1951], 1344.
- [20] WESTON, D. E., On the frequency independence of the acoustic loss factor in earth materials. *Geophys. J.* **8** [1963], 269.
- [21] MALLOCK, A., Damping of sound by frothy liquids. *Proc. Roy. Soc. A* **84** [1910], 391.
- [22] WOOD, A. B., A Textbook of Sound, 2nd ed. Bell, London 1940, p. 361.
- [23] HAMILTON, E. L., Low sound velocities in high porosity sediments. *J. Acoust. Soc. Amer.* **28** [1956], 16.

## EIN NEUER LAUTSTÄRKEMESSER

von Th. PFEIFFER

Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart

## Zusammenfassung

Es wird ein Meßgerät beschrieben, mit dem gleichförmige und impulshaltige Geräusche im ebenen und diffusen Schallfeld gemessen werden können. Die Meßwerte werden in soneg und phong angegeben. Der Meßbereich des Geräts liegt zwischen 1 soneg und 500 soneg beziehungsweise 40 phong und 130 phong.

## Sommaire

On décrit un appareil de mesure qui permet de mesurer des bruits continus et des bruits à impulsions dans un champ d'ondes sonores et dans un champ diffus. Les résultats des mesures sont donnés en sonesg et phonesg.

Les limites de fonctionnement de l'appareil vont de un soneg à 500 sonesg, respectivement 40 phonesg et 130 phonesg.

## Summary

An instrument for the measurement of continuous and pulsating noise in free and diffuse sound fields is described. The measured values are indicated in soneg and phong. The range of the instrument extends from 1 soneg to 500 soneg and from 40 phong to 130 phong.

## 1. Einleitung

Der wachsende Lärm läßt das Problem der Lärm-minderung immer dringlicher werden. Um wirkungs-

volle Maßnahmen ergreifen zu können, benötigt man Meßgeräte, welche die subjektive Lautstärke beliebiger Geräusche hinreichend genau messen können. Bis jetzt sind als direktanzeigende Meßgeräte nur

der DIN-Lautstärkemesser und der international eingeführte IEC-Schallpegelmesser bekannt. Beide Geräte messen den Pegel eines frequenzbewerteten Schalldruckes. Der Anzeigewert stimmt jedoch nur bei schmalbandigen Geräuschen genügend genau mit den subjektiven Lautstärkewerten überein. Bei sehr breitbandigen Geräuschen können Meßfehler bis zu 16 phon auftreten, welche die tragbare Fehlergrenze weit übersteigen.

Wird eine möglichst gute Annäherung an die subjektive Lautstärke gesucht, so müssen verschiedene Eigenschaften des menschlichen Gehörs nachgebildet werden. Im wesentlichen sind es die folgenden Eigenschaften:

#### a) Lautheit und Lautheitsdrosselung

Auch ein schmalbandiges Geräusch beziehungsweise ein reiner Ton erregt das Gehör, wie aus Verdeckungsmessungen bekannt ist [3], außer am Ort der Haupterregung noch in den benachbarten Abschnitten, besonders jedoch in den Abschnitten, die den höheren Frequenzen zugeordnet sind. Die Lautstärke eines Geräusches kann daher gedrosselt beziehungsweise verdeckt werden, wenn das Geräusch auf einen Abschnitt des Gehörs fällt, der bereits von einem anderen, gleichzeitig gehörten Geräusch erregt wird. Durch der Erregung  $E$  werden addierbare Teillautheiten hervorgerufen. Diese auf die Tonheit  $z$  [1], [2] bezogenen sogenannten spezifischen Lautheiten  $N'$  sind mit der Erregung  $E$  über ein Potenzgesetz [3], [4] verknüpft und werden im Gehör zur Gesamtlautheit aufsummiert.

#### b) Die Abhängigkeit der Lautstärke von der Bandbreite

Die Lautstärke eines Geräusches bei festgehaltenem Pegel bleibt konstant, solange die Bandbreite des Geräusches einen bestimmten Wert nicht überschreitet. Diese Bandbreite, die Frequenzgruppe genannt wird, ist nur von der Mittenfrequenz abhängig, nicht aber vom Pegel des Geräusches. Bei Bandbreiten, die größer als die Frequenzgruppe sind, steigt die Lautstärke bei mittleren und großen Werten trotz gleichbleibenden Gesamtpegels erheblich an. Jede der 24 aneinandergesetzten Frequenzgruppen überstreicht einen Frequenzbereich, der einer Tonheitsdifferenz von einem Bark entspricht [1], [2].

#### c) Die Abhängigkeit der Lautstärke von der Schallfeldform

Wegen der Richtcharakteristik des Gehörs ist die empfundene Lautstärke auch von der Schallfeldform abhängig. In den nachfolgenden Betrachtungen sol-

len nur die beiden Extremfälle, das ebene und das diffuse Schallfeld berücksichtigt werden.

#### d) Die Abhängigkeit der Lautstärke von der Zeitfunktion des Schalldruckverlaufes

Ein Lautstärke-Berechnungsverfahren, in dem die Eigenschaften a) bis c) berücksichtigt werden, wurde von ZWICKER [3] für gleichförmige Geräusche im ebenen und diffusen Schallfeld angegeben. Inzwischen wurden auch Untersuchungen an impulsartigen Geräuschen durchgeführt [5], deren Ergebnisse zeigen, wie der Anwendungsbereich des Lautstärke-Berechnungsverfahrens auch auf impulsartige Geräusche ausgedehnt werden kann.

Das Verfahren ermöglicht es, die subjektive Lautstärke eines Schalles mit guter Näherung zu bestimmen. Nachteilig ist, daß umfangreiche Messungen durchgeführt werden müssen, die, zusammen mit der Auswertung der Meßergebnisse, eine gewisse Zeit in Anspruch nehmen. Diese Zeit kann jedoch erheblich reduziert werden, wenn alle erforderlichen Messungen und Rechenoperationen von einem Analogrechner durchgeführt werden, der die errechnete Lautstärke auf einem Zeigerinstrument zur Anzeige bringt. Ein solcher Lautstärkemesser soll in der vorliegenden Arbeit beschrieben werden. Um seine Wirkungsweise verstehen zu können, ist es zweckmäßig, sich zunächst mit dem Lautstärke-Berechnungsverfahren vertraut zu machen.

## 2. Das Lautstärke-Berechnungsverfahren

Die Berechnung der Lautstärke, wie sie in dem obengenannten Verfahren vorgeschlagen wurde, beruht auf der Kenntnis des Frequenzgruppenpegel-diagrammes, also den in Filtern mit der Breite von Frequenzgruppen gemessenen Schallpegeln. Da Frequenzgruppenfilter bis jetzt industriell nicht gefertigt werden, wurde das Verfahren für die Praxis so abgeändert, daß handelsübliche Terzfilter verwendet werden können [6], [7]. Dabei mußten gewisse Näherungen gemacht werden, die natürlich eine Genauigkeitsminderung zur Folge haben. Beim Bau des Lautstärkemessers, für den ohnehin ein Filter entwickelt werden mußte, wurde daher der genaueren Frequenzgruppenpegelanalyse der Vorzug gegeben.

Das Berechnungsverfahren besteht in der Anwendung eines Kurvenblattes, in dem Teilflächen den Teillautheiten entsprechen und die Teilflächen zu einer Gesamtfläche, der Gesamtlautheit, addiert werden. In Bild 1 ist ein solches Kurvenblatt für die Frequenzgruppenpegelwerte  $20 \text{ dB} \leq L_{\text{dBG}} \leq 70 \text{ dB}$  im ebenen Schallfeld dargestellt. Als Abszisse ist die



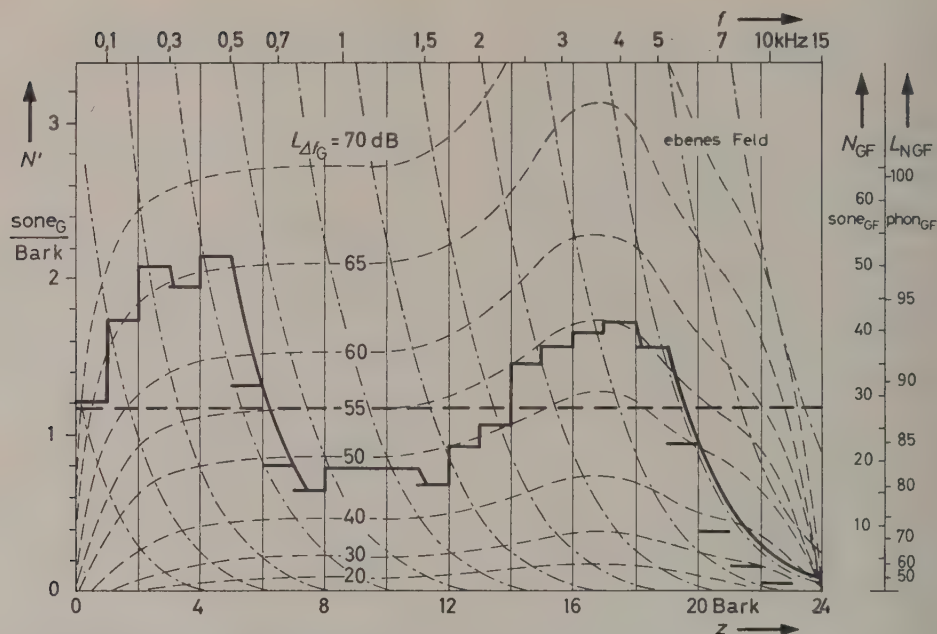


Bild 1. Beispiel für die graphische Berechnung der Lautstärke einer Verbrennungskraftmaschine aus dem Frequenzgruppenpegeldiagramm ( $20 \text{ dB} \leq L_{\Delta f_G} \leq 70 \text{ dB}$ ).

Tonheit  $z$  in Bark, als Ordinate die spezifische Lautheit  $N'$  in  $\text{sone}_G/\text{Bark}$  aufgetragen. Eine Frequenzskala befindet sich am oberen Bildrand. Die Transformation der Frequenzgruppenpegelwerte in spezifische Lautheitswerte erfolgt über die in Bild 2 dargestellte Kurvenschar. Bild 2 zeigt die spezifische Lautheit  $N'$

als Funktion des Erregungspegels  $L_E$ , der sich aus dem Frequenzgruppenpegel  $L_{\Delta f_G}$  und dem frequenzabhängigen Übertragungsfaktor  $a$  des Gehörs zusammensetzt. Es ist:  $L_E = L_{\Delta f_G} + a$ . Parameter der Kurvenschar ist der Erregungspegel an der Hörschwelle  $L_{EHS} = L_{HS} + a$  ( $L_{HS}$  = Hörschwellenpegel).

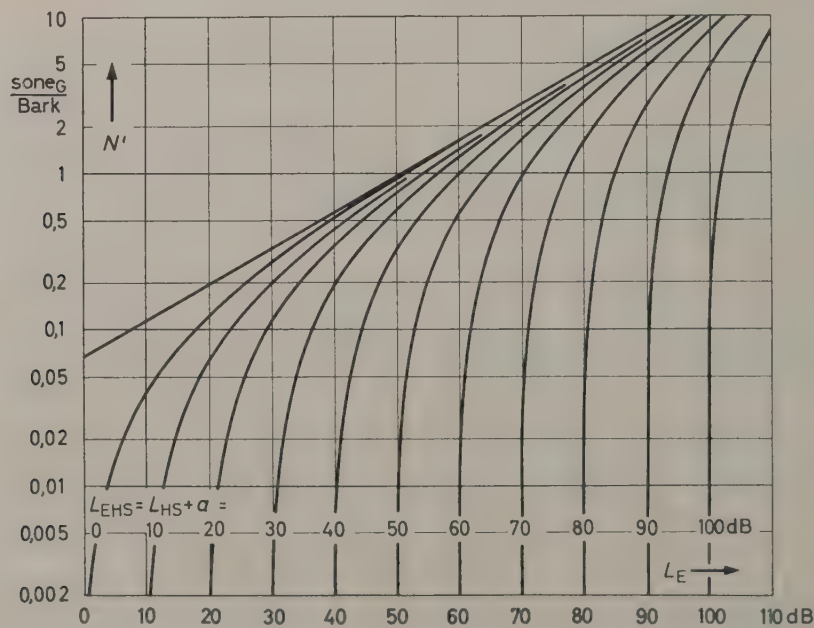


Bild 2. Spezifische Lautheit  $N'$  in  $\frac{\text{sone}_G}{\text{Bark}}$  als Funktion des Erregungspegels  $L_E$ .

Hält man den Frequenzgruppenpegel bei veränderlicher Frequenz konstant, so entstehen aus dieser Kurvenschar die in Bild 1 gestrichelt eingetragenen Kurven mit dem Parameter  $L_{A/G}$ , deren Verlauf deutlich den Einfluß der Hörschwelle erkennen läßt. Die abfallenden, strichpunktiierten Kurven dienen als Schablonen für die später einzutragenden sogenannten Flankenlautheiten.

Der Rechnungsgang soll nun am Beispiel einer Verbrennungskraftmaschine gezeigt werden. Die Schalldruckpegel werden in den einzelnen Frequenzgruppen gemessen und im Diagramm (Bild 1) als sogenannte Kernlautheiten, das heißt als horizontale Striche von der Länge  $z = 1$  Bark, an der Stelle eingetragen, die zur entsprechenden Frequenzgruppe gehört. Dann werden von den rechten Enden der Kernlautheiten aus die Flankenlautheiten so eingezeichnet, daß sie parallel zu den strichpunktiierten Kurven verlaufen. Die Anstiege werden als senkrechte Linien eingetragen. Auf diese Weise entsteht die stark umrandete Fläche, die ein anschauliches Bild vom Aufbau der Lautstärkeempfindung vermittelt, so daß vom Anwender Schlüsse über zweckmäßige Maßnahmen zur Lärminderung gezogen werden können. Beim Betrachten des Bildes fällt auf, daß verschiedene Kernlautheiten unter den Flankenlautheiten tieferer Bereiche liegen. Dies entspricht der Wirklichkeit. Sie werden verdeckt, das heißt gar nicht wahrgenommen.

Die Integration der Gesamtfläche ergibt einen bestimmten Lautheitswert in  $\text{sone}_{GF}$ , der in einen gleichlauten  $L_{1\text{ kHz}}$ -Wert, also  $\text{phon}_{GF}$ -Wert, transformiert werden kann. Im Fall von Bild 1 ergeben sich  $28 \text{ sone}_{GF}$ , was  $88 \text{ phon}_{GF}$  entspricht.

3. Der Lautstärkemesser

Bild 3 zeigt das Blockschaltbild eines Lautstärkemessers, der ein elektrisches Analogon zu dem beschriebenen Lautstärke-Meßverfahren darstellt. Mit dem Gerät können gleichförmige und impulsartige Geräusche im ebenen und diffusen Schallfeld gemessen werden.

Ein Kondensatormikrofon verwandelt das zu messende Geräusch in elektrische Schwingungen, die verstärkt werden und zu einem linearen Netzwerk gelangen, welches den frequenzabhängigen Übertragungsfaktor  $a$  des Gehörs nachbildet. Entsprechend dem ebenen und dem diffusen Schallfeld kann der Frequenzgang dieses Netzwerkes umgeschaltet werden. Das darauffolgende Frequenzgruppenfilter besteht aus 24 Bandpässen mit den Bandbreiten der Frequenzgruppen, deren Eingänge parallel geschaltet sind. An jeden der 24 Ausgänge schließen sich mehrere Baugruppen an. Der Übersicht halber sind im Blockschaltbild nur zwei der 24 Kanäle vollständig eingezeichnet.

Die in jedem Kanal anfallende Spannung wird quadriert (Effektivwertbildung) und einem RC-Netzwerk zugeführt [5], das die Impulshaltigkeit der Geräusche richtig bewertet. Die Spannung wird dann logarithmiert, verstärkt und als eine dem Erregungspegel  $L_E$  proportionale Gleichspannung in einem Speicher gespeichert.

Ein elektronischer Schalter mit der Umlauffrequenz 30 Hz tastet die Speicher periodisch ab und führt die Spannung sogenannten Funktionsformern zu. Diese aus Halbleiterdioden bestehenden Netzwerke bilden die in Bild 2 dargestellten Kurven nach und stellen

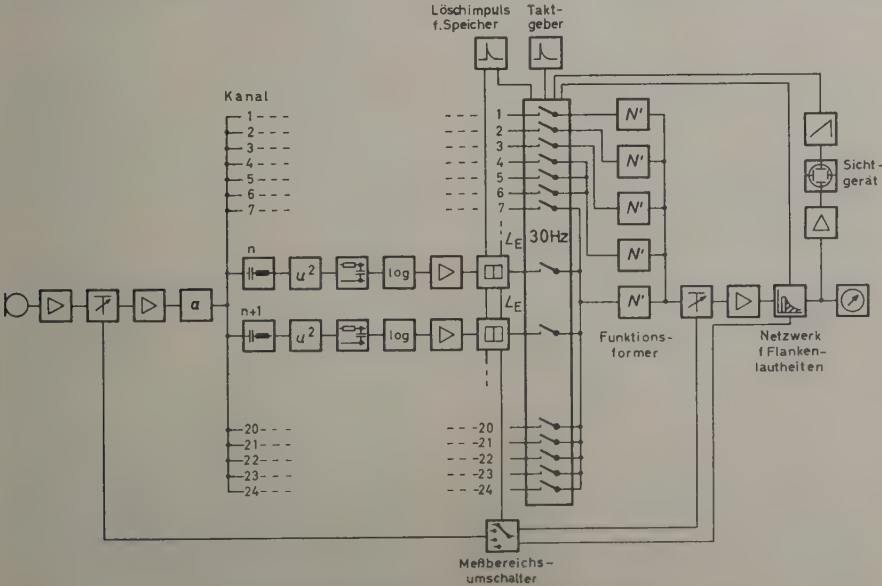


Bild 3. Blockschaltbild des Lautstärkemessers.



somit die Verknüpfung zwischen Erregung  $E$  und spezifischer Lautheit  $N'$  her. Parameter dieser Kurvenschar ist, wie bereits in Abschnitt 2 angedeutet wurde, der Erregungspegel an der Hörschwelle  $L_{EHS}$ , der bei tiefen Frequenzen dem Hörschwellenpegel  $L_E$  entspricht und ab etwa 900 Hz, das heißt ab der 9. Frequenzgruppe frequenzunabhängig ist. Genau genommen müßten daher neun verschiedene Kurven approximiert werden. Läßt man jedoch kleine Vernachlässigungen zu, so kann die Zahl der Funktionsformer auf fünf beschränkt werden, die folgendermaßen an den Schalter angeschlossen sind: Die Frequenzgruppen 1, 2 und 3 besitzen eigene Netzwerke, die Frequenzgruppen 4, 5 und 6 sowie 7 bis 24 jeweils gemeinsame Netzwerke. Die Ausgänge der Funktionsformer sind parallel geschaltet und über ein umschaltbares Dämpfungsglied, das für die Meßbereichsumschaltung benötigt wird, mit einem Gleichstromverstärker verbunden.

Schließt man an den Ausgang dieses Verstärkers einen Oszillographen an, so kann auf seinem Bildschirm eine dichte Folge von Impulsen gleicher Dauer (1,33 ms), jedoch unterschiedlicher Amplitude beobachtet werden. Diese Impulse entsprechen den Kernlautheiten. Wird beispielsweise das Geräusch der in Abschnitt 2 angeführten Verbrennungskraftmaschine gemessen, so wird das Oszillogramm genauso aussehen wie das Diagramm des Berechnungsverfahrens (Bild 1), solange es nur die Kernlautheiten enthält. Die beiden Bilder unterscheiden sich lediglich dadurch, daß beim Diagramm als Ordinate die Tonheit  $z$  beziehungsweise die Frequenz  $f$ , beim Oszillogramm dagegen die Zeit  $t$  aufgetragen ist. Das Gerät führt also beim periodischen Abtasten der Kanäle eine Frequenz-Zeit-Transformation durch. Dies ist von entscheidender Bedeutung für das Nachbilden und Anfügen der Flankenlautheiten.

Untersucht man in Bild 1 den Verlauf der strichpunktigten Kurven, so findet man, daß sie Exponentialfunktionen ähneln. Ein exponentieller Spannungsverlauf läßt sich jedoch im Zeitbereich mit Hilfe eines  $RC$ -Gliedes leicht realisieren. Im Lautstärkemesser wird daher bei der Nachbildung der Flankenlautheiten ein  $RC$ -Netzwerk verwendet, das an den Ausgang des Gleichstromverstärkers angeschlossen ist. An Hand von Bild 4, das ein vereinfachtes Schaltbild des Netzwerkes wiedergibt, soll dieser Vorgang erläutert werden. Da der Innen-

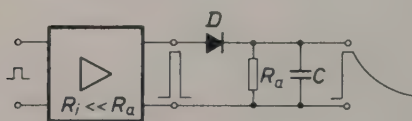


Bild 4. Vereinfachtes Schaltbild des Netzwerkes für die Nachbildung der Flankenlautheiten.

widerstand  $R_i$  des Verstärkers klein gegenüber dem Lastwiderstand  $R_a$  ist, wird die Kapazität  $C$  beim Eintreffen eines Impulses mit der Amplitude  $u$  rasch über die geöffnete Diode  $D$  auf den Scheitelwert  $u$  aufgeladen. Ist die Amplitude der nachfolgenden Impulse kleiner als die Kondensatorspannung, sperrt die Diode und der Kondensator entlädt sich langsam über den hochohmigen Lastwiderstand  $R_a$ . Die Kondensatorspannung sinkt exponentiell mit der Zeitkonstanten  $R_a C$  solange, bis die Amplitude eines nachfolgenden Impulses gleichgroß oder größer ist. Auf diese Weise wird stets an der richtigen Stelle die Flankenlautheit angefügt.

Eine genauere Untersuchung der strichpunktigten Kurven in Bild 1 zeigt jedoch, daß eine befriedigende Approximation nur erreicht werden kann, wenn die Entladezeitkonstante ab einer bestimmten Schwellenspannung verkleinert wird, was sich schaltungstechnisch leicht realisieren läßt. Außerdem zeigt es sich, daß die Flankenlautheiten bei tiefen Frequenzen etwas steiler verlaufen. Auch hier muß die Entladezeitkonstante verkleinert werden. Die Steuerung erfolgt hierbei vom Schalter aus.

Das Oszillogramm am Ausgang des beschriebenen Netzwerkes gleicht nun der stark umrandeten Fläche in Bild 1 und vermittelt damit ein anschauliches Bild der Lautstärkeempfindung.

Die Integration der sich periodisch wiederholenden Impulsfolgen wird von einem Drehspulinstrument durchgeführt, das die Gesamtlautheit in soneG-Werten beziehungsweise die Lautstärke in phonG zur Anzeige bringt. Gleichzeitig kann das Frequenzgruppen-Lautheits-Diagramm auf dem Bildschirm eines Sichtgeräts, dessen Zeitablenkung vom Schalter synchronisiert wird, beobachtet werden.

Der Lautstärkemesser erfaßt den Bereich  $1 \text{ sone}_G \leq N_G \leq 500 \text{ sone}_G$  beziehungsweise  $40 \text{ phon}_G \leq L_{NG} \leq 130 \text{ phon}$  in vier sich überlappenden Meßbereichen. Bei der Umschaltung auf einen anderen Meßbereich, beispielsweise den nächst höheren, müssen im Gerät folgende Veränderungen vorgenommen werden:

- Die Dämpfung des auf den Mikrofonverstärker folgenden Dämpfungsgliedes wird erhöht.
- Da die Speicher eine dem Erregungspegel  $L_E$  proportionale Spannung speichern sollen, wird ihnen eine Spannung zugeschaltet, welche die in a) genannte Dämpfungserhöhung wieder ausgleicht.
- Die Dämpfung des auf die Funktionsformer folgenden Dämpfungsgliedes wird erhöht.
- Die Entladezeitkonstanten des Netzwerkes für die Nachbildung der Flankenlautheiten werden vergrößert, da die Flankenlautheiten in höheren Meßbereichen flacher verlaufen.

Ich danke Herrn Prof. Dr. rer. nat. Dr. Ing. E. h. R. FELDTKELLER, Herrn Prof. Dr. Ing. E. ZWICKER und Herrn Dr. Ing. E. PORT herzlich für viele Diskussionen und Anregungen, welche diese Arbeit wesentlich gefördert haben.

(Eingegangen am 17. Juli 1963.)

#### Schrifttum

- [1] ZWICKER, E., Subdivision of the Audible Frequency Range into Critical Bands. J. Acoust. Soc. Amer. 33 [1961], 248.
- [2] NTG Entwurf 1701, Lautstärke, Begriffe. Nachrichtentechn. Z. 14 [1961], 623.
- [3] ZWICKER, E., Über psychologische und methodische Grundlagen der Lautheit. Acustica 8 [1958], Beiheft 1, 237.
- [4] ZWICKER, E., Über die Lautheit von gedrosselten und ungedrosselten Schallen. Acustica 13 [1963], Beiheft, 194.
- [5] PORT, E., Über die Zeitabhängigkeit der Lautstärkeempfindung. Dissertation an der T.H. Stuttgart 1962.
- [6] ZWICKER, E., Ein Verfahren zur Berechnung der Lautstärke. Acustica 10 [1960], 304.
- [7] Document ISO/TC 43, (Secretariat — 145) 241.

## DIE LAUTSTÄRKE PULSIERENDER GERÄUSCHE IM DIFFUSEN SCHALLFELD EINES HALLRAUMES

von E. PORT

Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart

### Zusammenfassung

Der Aufbau und die akustischen Eigenschaften des Hallraumes des Instituts für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart werden beschrieben. Dieser Hallraum wurde ausschließlich zur Erzeugung eines diffusen Schallfeldes für subjektive Messungen eingerichtet. Seine Nachhallzeit beträgt 2,5 s in einem weiten Frequenzgebiet.

Zur Klärung der Frage, ob in einem diffusen Schallfeld die Impulshaltigkeit von Geräuschen einen wesentlichen Einfluß auf die Lautstärke der Geräusche haben kann, wurden in diesem Hallraum Lautstärkevergleichsmessungen zwischen pulsierenden Geräuschen und gleichförmigen Geräuschen durchgeführt. Die pulsformige Zeitfunktion der durch den Lautsprecher abgestrahlten pulsierenden Geräusche wurde durch den Nachhall im Raum stark geglättet. Trotzdem war der impulsförmige Charakter der Geräusche meist noch deutlich hörbar, er hatte aber, wie die subjektiven Messungen zeigten, keinen Einfluß auf die Lautstärke der Geräusche.

### Summary

Constructional and acoustical properties of the reverberation room at the Institut für Nachrichtentechnik der Technische Hochschule Stuttgart are described. This reverberation room is exclusively designed for the generation of diffuse sound fields for subjective measurements. Its reverberation time is 2,5 s over a wide frequency range.

This reverberation room was used for loudness comparison between pulsating and continuous noise signals. These measurements would help to determine any eventual influence of the pulse contents of noise signals on the loudness of these signals. The pulsation of the radiated signals was smoothed by the reverberation of the room, but the pulsating component was in most cases clearly observed. It was, as shown by the subjective measurements, without influence on the loudness of the signals.

### Sommaire

On décrit la construction et les propriétés acoustiques de la chambre de réverbération de l'Institut de Technique des Transmissions de l'Ecole Technique Supérieure de Stuttgart. Cette chambre a été spécialement installée en vue de l'obtention d'un champ sonore diffus destiné aux mesures subjectives. Son temps de réverbération atteint 2,5 s dans une large gamme de fréquences.

Pour déterminer si la composition de l'impulsion sonore a une grande influence sur la force sonore des bruits, on a fait dans cette chambre de réverbération des mesures comparatives de force sonore entre des bruits pulsés discontinus et des bruits continus. La durée de pulsation des bruits pulsés émis par les haut-parleurs était fortement aplatie par suite de la réverbération dans la chambre. Malgré tout on pouvait encore le plus souvent déceler le caractère pulsatoire des bruits, mais celui-ci n'avait, comme l'ont montré les mesures subjectives, aucune influence sur leur force sonore.



## 1. Übersicht

Die Geräuschquellen, die im täglichen Leben auf das menschliche Ohr einwirken, erzeugen abhängig von ihrer Umgebung die verschiedenartigsten Schallfeldformen. Für die Entwicklung objektiver Meßverfahren zur Bestimmung der Lautstärke eines Geräusches ist daher wichtig, zu wissen, ob und in welcher Weise die Schallfeldform einen Einfluß auf die subjektiv empfundene Lautstärke des Geräusches hat. Es scheint zweckmäßig, diesen Einfluß durch gleichartige subjektive Lautstärkemessungen in zwei möglichst extrem verschiedenen Schallfeldern zu untersuchen. Hierzu bieten sich als einfache und klar zu beschreibende Schallfeldformen das ebene Schallfeld und das diffuse Schallfeld an. Im ebenen Schallfeld gelangt der Schall aus einer Richtung direkt von der Schallquelle zum Beobachter, während im diffusen Schallfeld der Schall gleichmäßig aus allen Richtungen des Raumes auf das Ohr des Beobachters einwirkt.

Eine Abhängigkeit der Lautstärkeempfindung von der Richtung des Schalleinfall es hat man bei gleichförmigen Dauergeräuschen schon gemessen. Dieser Einfluß läßt sich rein physikalisch durch eine Richtwirkung des Ohres, verursacht durch die Form des Kopfes, der Ohrenmuscheln und des Gehörganges, erklären und hängt von der Frequenz des Schalles ab. Die Richtungsabhängigkeit tritt nur deshalb in Erscheinung, weil man bei Lautstärkemessungen immer den Pegel des Schalles im ungestörten Schallfeld angibt. Betrachtet man dagegen den Schalldruck am Trommelfell, dann zeigen die bis jetzt bekannten subjektiven Messungen [1], [2], daß die Schallfeldform keinen Einfluß auf die Lautstärke eines Geräusches hat. Ein besonderer zusätzlicher subjektiver Einfluß hatte sich bei Vergleichsmessungen im ebenen und diffusen Schallfeld nicht gezeigt.

Ein diffuses Schallfeld kann in einem reflexionsfreien Raum durch viele Lautsprecher, die über einer Kugeloberfläche gleichmäßig verteilt angeordnet sind, in der Kugelmitte erzielt werden. Dabei fehlt aber eine wesentliche Eigenart des in der Praxis vorkommenden diffusen Feldes, nämlich der Nachhall. Ein diffuses Schallfeld bildet sich in der Praxis immer auf Grund von Reflexionen an schallharten Wänden aus. Da Reflexionen mit Laufzeiten verbunden sind, werden kurze Impulse durch die Reflexionen erheblich verlängert.

Im praktisch vorkommenden Schallfeld wird demnach die impulsförmige Struktur eines von einer Geräuschquelle abgestrahlten impulsförmigen Geräusches wesentlich geglättet werden. Man wird daher vermuten, daß der Einfluß der Impulshaltigkeit eines Geräusches auf die Lautstärke, das im ebenen Schallfeld sehr deutlich in Erscheinung treten kann

[3], [4], im diffusen Schallfeld praktisch keine Rolle spielt.

Durch einige subjektive Lautstärkemessungen wurde in der vorliegenden Arbeit nachgeprüft, ob diese Vermutung zutrifft. Es sollte untersucht werden, ob im diffusen Schallfeld bei der Lautstärkeempfindung von impulsförmigen Schallen gegenüber den im ebenen Feld gefundenen Gesetzmäßigkeiten zusätzliche Einflüsse auftreten können. Die Möglichkeit eines zusätzlichen Effektes darf nicht von vornherein ausgeschlossen werden. Auffällig ist zum Beispiel die Tatsache, daß die Impulshaltigkeit eines Schalles direkt im diffusen Schallfeld eines halligen Raumes wesentlich stärker wahrnehmbar ist, als wenn man den Schall über ein in diesem Raum aufgestelltes Mikrofon mit dem Kopfhörer abhört. Ob dieser Unterschied im Klangcharakter aber auch mit einer unterschiedlichen Lautstärkeempfindung verbunden ist, kann erst die subjektive Messung zeigen.

## 2. Der Hallraum

Der Hallraum des Institutes für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart wurde ausschließlich für die Durchführung subjektiver Messungen im diffusen Schallfeld eingerichtet. In diesem Hallraum werden im Gegensatz zur normalerweise üblichen Verwendung von Hallräumen an anderen Instituten keine Schallabsorptionsmessungen ausgeführt. Die akustischen Eigenschaften des Raumes wurden daher speziell den Erfordernissen bei subjektiven Messungen angepaßt.

Der Hallraum besteht aus einem eigenen Baukörper, der auf Stahlfedern ruht. Durch diese Trennung des Hallraumes vom übrigen Gebäude wurde eine gute Dämmung gegen Körperschall erreicht. Zur Verbesserung der Diffusität wurden gegenüberstehende parallele Wände vermieden. Die Winkel in den senkrechten Raumkanten betragen  $84,8^\circ$ ,  $86,6^\circ$ ,  $96,3^\circ$  und  $92,3^\circ$ . Die Decke ist um  $6^\circ$  gegenüber dem Fußboden geneigt. Der Fußboden hat mittlere Seitenlängen von 5,5 m und 4 m und die mittlere Höhe des Raumes beträgt 4,7 m. Daraus ergibt sich ein Volumen des Raumes von  $103 \text{ m}^3$  und eine Wandoberfläche von etwa  $140 \text{ m}^2$ . Die Wände wurden mit einem besonders harten, porenfreien Zement versehen und glatt geschliffen. Den Fußboden deckt ein sehr harter Kunststoffbelag. Nach Fertigstellung des Raumes wurden für die Nachhallzeit bei tiefen Frequenzen Werte von über 10 s gemessen. Eine so große Nachhallzeit ist bei subjektiven Messungen nicht günstig. Man müßte bei Lautstärkevergleichen, bei denen zwei Schalle laufend im Wechsel gehört werden, eine zu große Pause zwischen dem Abschalten des einen Schalles

und dem Einschalten des anderen Schalles einlegen. Dadurch würde sowohl die Meßzeit sehr verlängert, als auch das Erinnerungsvermögen des Beobachters bei der Messung stark beansprucht, so daß die Meßgenauigkeit darunter leidet. Aus diesem Grund wurde eine mittlere Nachhallzeit von nur 2,5 s gewählt. Durch Anbringen von Dämpfungsplatten an den Wänden des Raumes wurde die Nachhallzeit bei tiefen Frequenzen erheblich vermindert, wobei Wert darauf gelegt wurde, daß die Nachhallzeit in einem möglichst weiten Frequenzbereich den konstanten Wert von 2,5 s hat. Bild 1 gibt den gemessenen Ver-

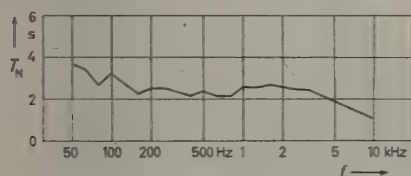


Bild 1. Die Nachhallzeit des Hallraums in Abhängigkeit von der Frequenz.

lauf der Nachhallzeit wieder. Bei hohen Frequenzen sinkt die Nachhallzeit unter den gewünschten Wert ab, da sich die Schallabsorption durch die Luft schon stark auswirkt.

Da der Hallraum nur für subjektive Messungen verwendet wird, ist eine diffuse Schallfeldverteilung im Raum nur an der Stelle erforderlich, an der der Beobachter während der Messung sitzt. Für den Beobachter wurde ein gepolsterter Stuhl vorgesehen, der sich etwas erhöht ungefähr in der Mitte des Raumes befindet. An dieser Stelle wurde für einen möglichst gleichmäßigen Schalleinfall aus allen Raumwinkeln gesorgt. Dies geschah durch zweckmäßige Aufstellung von Lautsprechern und durch die Aufhängung einer Reihe von großen Streukörpern. Insgesamt wurden 15 Halbzylinder und Kugelschalen aus 8 mm starkem Plexiglas von jeweils etwa 1 m<sup>2</sup> Fläche ziemlich gleichmäßig im Raum verteilt und aufgehängt. Zur Messung der Diffusität wurde bei hohen Frequenzen ein Richtmikrofon verwendet, dessen Öffnungswinkel bei 5 kHz etwa 20° (3 dB-Grenze) betrug. Die mit diesem Mikrofon am Ort des Beobachters in Abhängigkeit von der Richtung gemessenen Pegelschwankungen lagen im endgültigen Zustand des Raumes innerhalb  $\pm 1$  dB bis zu einer Frequenz von 8 kHz. Bei höheren Frequenzen traten Pegelunterschiede bis zu 3 dB auf. Neben der Messung mit dem Richtmikrofon wurde als Kriterium für die Maßnahmen zur Verbesserung der Diffusität auch der subjektive Gehöreindruck benutzt. Ein Beobachter sollte nach Möglichkeit im abgedunkelten Raum keine Vorzugsrichtung des Schalleinfalles am Meßort feststellen können.

Als Schallquellen dienen unterhalb 550 Hz ein einziger Tieftonlautsprecher und bei höheren Frequenzen sechs im Hallraum verteilte Hochtonlautsprecher. Der Frequenzgang der Lautsprecher, die über eine elektrische Weiche mit einem Verstärker verbunden sind, wurde so entzerrt, daß der Zusammenhang zwischen dem Schalldruck am Meßort und der Eingangsspannung des Verstärkers so weit wie möglich unabhängig von der Frequenz ist. Der mit Heultönen (Frequenzhub 50 Hz) gemessene Frequenzgang ist in Bild 2 dargestellt.

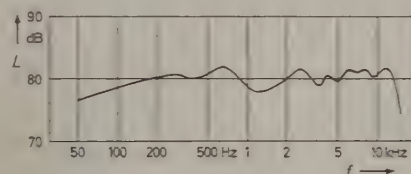


Bild 2. Frequenzgang des Schalldruckpegels im Hallraum nach Entzerrung der Lautsprecherkombination, gemessen mit Heultönen mit einem Frequenzhub von 50 Hz. (Spannung am Verstärkereingang konstant.)

### 2.1. Impulse im Hallraum

Die Zeitfunktion eines durch Lautsprecher in den Hallraum abgestrahlten kurzen Schallimpulses wird infolge der Reflexionen im Raum stark verformt. Auf das Ohr des Beobachters trifft ein wesentlich verlängerter Schallimpuls. Der Grad der Verlängerung läßt sich relativ einfach abschätzen.

Nach der Definition bedeutet eine Nachhallzeit von  $T_N = 2,5$  s, daß der Schalldruckpegel 2,5 s nach dem Abschalten eines Schalles um 60 dB abgefallen ist. Beschreibt man das Abklingen der Schallintensität durch eine e-Funktion, dann erhält man für den Zusammenhang zwischen der Zeitkonstante dieser e-Funktion und der Nachhallzeit die Beziehung

$$\tau_H = T_N \frac{1}{6} \lg e = 0,072 T_N.$$

Bei einer Nachhallzeit von  $T_N = 2,5$  s ergibt sich für diese Hallzeitkonstante der Wert von  $\tau_H = 180$  ms. Da der Raum auch bei der Anregung mit kürzesten Impulsen mit dieser Zeitkonstante abklingt, sieht man daraus, daß am Ort des Beobachters praktisch keine Impulse mit einer geringeren Dauer als 180 ms erzeugt werden können.

Die Oszillogramme im Bild 3 zeigen den Zeitverlauf des Schalldrucks am Ort des Beobachters, wenn kurze rechteckförmige Rauschimpulse im Hallraum abgestrahlt werden. Das linke Oszillogramm erhält man mit einem Eingangsimpuls der Dauer  $t_i = 200$  ms, das rechte bei der Impulsdauer  $t_i = 10$  ms. Die scheinbar verschiedenen Zeitkonstanten des An-



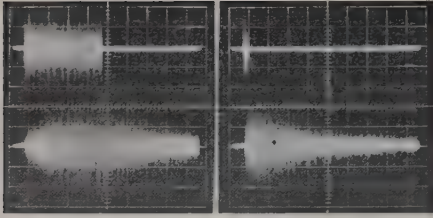


Bild 3. Verformung kurzer Rauschimpulse im Hallraum. Oben: Verlauf der Spannung am Lautsprechereingang. Unten: Verlauf des Schalldrucks im Hallraum. Linkes Bild: Eingangsimpuls  $t_i = 200$  ms. Rechtes Bild: Eingangsimpuls  $t_i = 10$  ms.

und Abklingens im linken Oszillogramm rühren daher, daß hier die Größe des Schalldrucks und nicht die der Schallintensität, das heißt des Quadrats des Schalldrucks, dargestellt ist. Der Anklingvorgang erscheint dadurch kürzer, während der Abklingvorgang den doppelten Wert der für die Schallintensität definierten Zeitkonstante vortäuscht. Der sehr steile Anklingvorgang beim kurzen Impuls von  $t_i = 10$  ms leuchtet ein, wenn man die große Amplitude bedenkt, auf die der Raum in 180 ms einschwingen würde, wenn der anregende Impuls nicht schon nach 10 ms zu Ende wäre.

## 2.2. Ein Ersatzschaltbild für den Hallraum

Strahlt man ein impulshaltiges Geräusch sowohl über einen geeigneten Lautsprecher in einem reflexionsfreien Raum (ebenes Schallfeld) als auch über einen Lautsprecher in einem Hallraum ab, so daß an einem Meßort jeweils gleicher Schallpegel und gleiches Frequenzspektrum erzeugt wird, dann kann trotzdem die Lautstärke des Geräusches subjektiv in beiden Fällen verschieden sein. Zwei Ursachen sind dabei physikalisch erklärbar: Erstens der Einfluß durch die unterschiedliche Richtcharakteristik des Gehörs und zweitens der Einfluß durch die Verformung der impulsförmigen Struktur des Geräusches im Hallraum.

Bild 4 veranschaulicht diese beiden wesentlichen Einflüsse in einem Ersatzschaltbild. Beide Kopf-

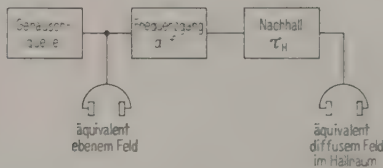


Bild 4. Ersatzschaltbild zur Darstellung der physikalisch erklärbaren Eigenschaften des Hallraumes, die einen Einfluß auf die Lautstärke von Geräuschen haben können.

hörer seien subjektiv im ebenen Schallfeld geeicht. Im linken Kopfhörerpaar empfindet man daher die Lautstärke des von der Geräuschquelle erzeugten Geräusches völlig entsprechend wie im ebenen Schallfeld.

Dagegen entspricht die im rechten Kopfhörerpaar gehörte Lautstärke derjenigen des diffusen Schallfeldes. Der Einfluß der gegenüber dem ebenen Schallfeld unterschiedlichen Richtungsempfindlichkeit des Gehörs ist durch das Glied mit dem Frequenzgang  $a(f)$  berücksichtigt. Die impulsverformende und integrierende Eigenschaft des Hallraumes, in dem das diffuse Feld erzeugt wird, findet im Bild 4 Berücksichtigung durch das Zeitglied mit der Hallzeitkonstanten  $\tau_H$ . Dieses Glied soll nur den Zeitverlauf der Hüllkurve eines Geräusches beeinflussen, nicht aber die spektrale Verteilung der Schallenergie. Die Wirkung auf die Zeitfunktion der Schallintensität sei völlig analog der Wirkung eines einfachen elektrischen RC-Gliedes auf die entsprechende Zeitfunktion einer elektrischen Spannung.

Mit dieser Vorstellung läßt sich sehr einfach die verformende Wirkung des Hallraumes auf die Zeitfunktion der Hüllkurve einer im Hallraum abgestrahlten Schallimpulsfolge ermitteln. Die in den folgenden Bildern eingezeichneten theoretischen Kurven wurden auf diese Weise gewonnen.

## 3. Die subjektive Meßmethode

Die subjektiven Messungen wurden mit einem BÉKÉSY-Audiometer nach der Methode des pendelnden Angleichens und nach der Methode des Angleichens (siehe [3]) durchgeführt. Die Beobachter, Studenten im Alter von 20 bis 30 Jahren, hörten während der Messung abwechselnd das Testgeräusch und ein Vergleichsgeräusch, jeweils etwa 1 s bis 1,5 s lang. Zwischen den Geräuschen lag immer eine Pause von 0,8 s.

Bei jeder Meßreihe wurde vom Beobachter zuerst das Testgeräusch dem Vergleichsgeräusch und dann in einer zweiten Meßreihe das Vergleichsgeräusch dem Testgeräusch angeglichen. In den folgenden Abbildungen sind die Zentralwerte beider Meßergebnisse von jeweils acht Beobachtern samt den zugehörigen wahrscheinlichen Schwankungen eingezeichnet.

Die impulsförmigen Geräusche wurden mit Hilfe eines elektronischen Schalters aus weißem Rauschen erzeugt. Dieser Schalter blendete kurze Impulse beliebig einstellbarer Dauer und Pulsfrequenz aus dem weißen Rauschen aus. Aus den so gewonnenen Impulsfolgen konnten mittels eines Bandfilters auch Folgen schmalbandiger Impulse hergestellt werden.

#### 4. Subjektive Lautstärkemessungen

Die Lautstärkemessungen im Hallraum wurden ganz analog zu den Messungen im ebenen Schallfeld, die in einer früheren Arbeit [4] beschrieben wurden, durchgeführt. Damit wird der Vergleich zwischen entsprechenden Messungen des diffusen und des ebenen Schallfeldes erleichtert.

Rauschimpulsfolgen wurden in ihrer Lautstärke mit gleichförmigem Dauerrauschen verglichen. Die vom Lautsprecher im Hallraum abgestrahlten Impulse hatten eine rechteckförmige Hüllkurve. Um eine klare Darstellung zu erreichen, wird in den folgenden Bildern jeweils die Dauer dieser Impulse angegeben und nicht die Dauer und die Impulsform der am Ort des Beobachters im Hallraum entstehenden Impulse. Für den Schalldruckpegel der Impulse wird derjenige Pegel  $L_i$  angegeben, der sich im Hallraum einstellt, wenn die Dauer der Impulse bei konstant gehaltener Amplitude am Lautsprechereingang auf eine sehr lange Zeit vergrößert wird.

##### 4.1. Die Abhängigkeit von der Impulsdauer

Schmalbandige Rauschimpulse mit der Bandbreite einer Terz bei einer Mittenfrequenz von 2,5 kHz und einer Pulsfrequenz von 3 Hz wurden bei verschiedenen Impulsdauern  $t_i$  mit einem terzbreiten Dauerrauschen verglichen.

Aus gleichartigen Messungen im ebenen Schallfeld hatte sich ergeben, daß die Darbietungszeit eines Schalles bis zu einer Grenzdauer von 70 ms verkürzt werden kann, ohne daß sich die Lautstärke gegenüber dem langandauernden Schall verringert [3]. Erst bei Schallen, die kürzer als 70 ms sind, tritt die Trägheit des Gehörs bei der Lautstärkeempfindung in Erscheinung.

Für kurze Impulse im Hallraum kann man auf Grund der im Abschnitt 2.1 und 2.2 gemachten Überlegungen mit einer gewissen Vereinfachung annehmen, daß sie alle infolge des Nachhalls etwa auf den Wert der Hallzeitkonstanten von  $\tau_H = 180$  ms verlängert werden. Man wird erwarten, daß die Trägheit des Gehörs daher keinen Einfluß auf das Meßergebnis des hier durchgeführten Versuches hat.

Bild 5 zeigt die subjektiven Meßwerte samt den Streubereichen. Man kann daraus entnehmen, daß bei Verringerung der Impulsdauer  $t_i$  der Impulspegel  $L_i$  ab einer Impulsdauer von  $t_i = 110$  ms gegenüber dem Pegel des Vergleichsdauerrauschens erhöht werden muß, damit gleicher Lautstärkeindruck entsteht. Die dick gestrichelte eingezeichnete Gerade, die die Meßpunkte (Punkte und Kreise) recht gut annähert, hat die Neigung einer Geraden konstanter Schallenergie. Diese Neigung erwartet man auf Grund der schon geschilderten Überlegun-

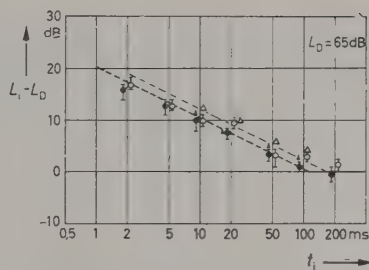


Bild 5. Lautstärkevergleich zwischen schmalbandigen Rauschimpulsen verschiedener Dauer und schmalbandigem Dauerrauschen ( $f_m = 2,5$  kHz,  $\Delta f = 580$  Hz).

Kreise: Messung bei der Pulsfrequenz  $f_p = 3$  Hz.

Dreiecke: Messung einzelner Impulse.

Volle Zeichen: Pegel der Impulse verändert.

Offene Zeichen: Pegel des Vergleichsdauerrauschens verändert.

Gestrichelt: Kurven konstanter Schallenergie der Impulse.

gen; den Schnittpunkt mit der 0 dB-Achse hätte man dagegen anstatt bei 110 ms etwa bei dem Wert der Hallzeitkonstanten von 180 ms vermutet.

Die Messung war bei einer Pulsfrequenz von  $f_p = 3$  Hz ausgeführt worden. Es bestand die Möglichkeit, daß dieser Wert etwas hoch war, so daß sich die Impulse infolge der großen Halligkeit des Raumes noch gegenseitig in ihrer Lautstärke beeinflussten. Aus diesem Grund wurde zusätzlich eine Messung mit Einzelimpulsen ausgeführt. Anstatt der Pulsfolge hörte der Beobachter nur einen einzelnen Rauschimpuls mit der Dauer  $t_i$  und dann im Wechsel wieder das 1,25 s lange Vergleichsdauerrauschen. Da bei einzelnen Rauschimpulsen mit geringer Impulsdauer die Schwankungen der Hüllkurve des Schmalbandrauschens schon relativ stark ins Gewicht fallen, wurde nur bis zu einer Impulsdauer von  $t_i = 10$  ms gemessen. Die Meßwerte sind als Dreiecke im Bild 5 eingetragen. Die Gerade, die diese Meßpunkte annähert, schneidet die 0 dB-Achse jetzt bei etwa  $t_i = 160$  ms. Dieser Wert stimmt recht gut mit dem Wert für die Hallzeitkonstante des Raumes überein. Die Näherungskurve für die Meßwerte verläuft demnach so, wie es auf Grund der Modellvorstellung für den Hallraum vorausgesagt werden konnte. Offensichtlich bestimmen die physikalischen Eigenschaften des Hallraumes das Meßergebnis. Ein zusätzlicher subjektiver Einfluß ist nicht erkennbar.

##### 4.2. Die Abhängigkeit von der Pulsfrequenz

Folgen schmalbandiger Rauschimpulse mit der Bandbreite einer Terz bei einer Mittenfrequenz von 2,5 kHz und einer Impulsdauer  $t_i = 2$  ms wurden bei verschiedenen Pulsfrequenzen mit einem terzbreiten Dauerrauschen gleicher Mittenfrequenz verglichen.



Die entsprechende Messung im ebenen Feld hatte ergeben [4], daß bei Pulsfrequenzen größer als 10 Hz für das Gehör im wesentlichen die mittlere Intensität der Pulsfolge für den Lautstärkeindruck bestimmend ist. Bei gleichem Effektivwert des Schalldrucks lag die Lautstärke der Pulsfolge im Mittel etwa 4 phon über der des gleichförmigen Dauerrauschens.

Diese etwas höhere Lautstärke der Pulsfolge wird man im Hallraum nicht mehr erwarten. Infolge des großen Wertes der Hallzeitkonstanten wird die Zeitfunktion einer Pulsfolge schon so stark verformt, daß bei Pulsfrequenzen größer als 10 Hz im Hallraum ein nahezu gleichförmiges Dauergeräusch entsteht. Nimmt man die Modellvorstellung von Abschnitt 2.2 zu Hilfe, dann sieht man, daß durch die integrierende Wirkung des Zeitgliedes von Bild 4 die in den Schallimpulsen konzentrierte Schallenergie über der Zeit so verteilt wird, daß ein gleichförmiges Dauergeräusch mit der mittleren Schallintensität der Pulsfolge entsteht. Verändert man bei einer Messung die Pulsfrequenz der Pulsfolge um einen bestimmten Faktor, so verändert sich auch die Schallintensität des im Hallraum entstehenden gleichförmigen Geräusches um denselben Faktor. Erst bei sehr niederen Pulsfrequenzen erhält man wieder einzelne Schallimpulse, deren Dauer durch die Hallzeitkonstante bestimmt ist.

Diese Überlegungen werden sehr gut durch das Ergebnis der subjektiven Messung, das im Bild 6

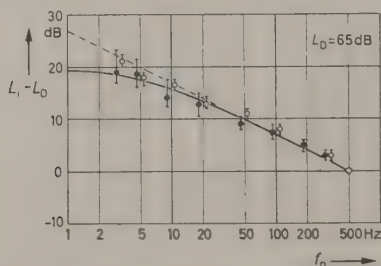


Bild 6. Lautstärkevergleich zwischen Folgen schmalbandiger Rauschimpulse verschiedener Pulsfrequenz (Impulsdauer  $t_i = 2$  ms) und schmalbandigem Dauerrauschen.

- ● ● Pegel der Impulse verändert,
- ○ ○ Pegel des Vergleichsdauerrauschens verändert,
- berechnet nur unter der Berücksichtigung der Halligkeit des Raumes,
- - - Kurve konstanter Schallenergie der Pulsfolgen.

eingetragen ist, bestätigt. Zum Vergleich wurde die oben diskutierte Kurve eingezeichnet, die das Meßergebnis nur auf Grund des begrenzten zeitlichen Auflösungsvermögens des Hallraumes erklärt. Die Meßpunkte werden durch diese Kurve gut angenähert.

Bei Messungen im ebenen Schallfeld hatte sich sehr deutlich gezeigt, daß Folgen breitbandiger kurzer Impulse eine erheblich größere Lautstärke haben, als man aus der mittleren Schallintensität der Pulsfolgen schließen müßte [4]. Zur Kontrolle, ob auch dieser große Effekt durch die Halligkeit des Raumes völlig verwischt wird, wurde zusätzlich die entsprechende Messung im Hallraum gemacht. Folgen kurzer Ausschnitte aus weißem Rauschen wurden bei verschiedenen Pulsfrequenzen mit einem gleichförmigen weißen Rauschen in der Lautstärke verglichen. Bild 7 zeigt, daß die Beobachter bei höheren

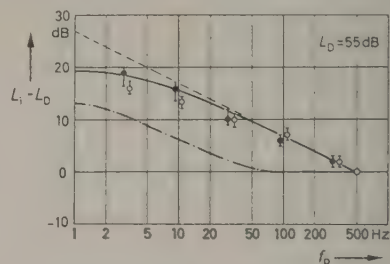


Bild 7. Lautstärkevergleich zwischen Folgen breitbandiger Rauschimpulse verschiedener Pulsfrequenz (Impulsdauer  $t_i = 2$  ms) und breitbandigem Dauerrauschen.

- ● ● Pegel der Impulse verändert,
- ○ ○ Pegel des Vergleichsdauerrauschens verändert,
- berechnet nur unter Berücksichtigung der Halligkeit des Raumes,
- - - Kurve konstanter Schallenergie der Pulsfolgen,
- · - · Mittelwert der Meßergebnisse bei Darstellung im ebenen Schallfeld.

Pulsfrequenzen den Impulspegel der Impulse annähernd wieder so einstellten, daß die mittlere Schallintensität gleich der des Vergleichsdauerrauschens war. Die schon in Bild 6 eingezeichnete Kurve, die die Wirkung der Halligkeit des Rauschens beschreibt, ist auch hier eine gute Näherung für die Meßpunkte. Zum Vergleich wurde strichpunktiert das Ergebnis derselben Messung im ebenen Schallfeld eingetragen [4]. Man erkennt daraus den recht erheblichen Unterschied zur Messung im diffusen Feld des Hallraumes.

Zusammenfassend kann man den hier durchgeführten subjektiven Messungen entnehmen, daß im diffusen Feld des Hallraumes keine zusätzlichen Zeiteffekte des Gehörs bei der Lautstärkeempfindung erkennbar waren im Vergleich mit den Messungen im ebenen Schallfeld. Durch den langen Nachhall des Raumes wurde der Impulscharakter der pulsierenden Geräusche stark geglättet, so daß das Gehör diese Geräusche in der Lautstärke wie gleichförmige Geräusche bewertete. Der impulsförmige Charakter der Geräusche wurde zwar vom Gehör auch im Hall-

raum noch deutlich wahrgenommen, er hatte aber keinen Einfluß auf die Empfindung der Lautstärke. Zur Bestimmung der Lautstärke im Hallraum mit Hilfe objektiver Meß- oder Berechnungsverfahren braucht demnach bei pulsierenden Geräuschen nur der Effektivwert des Schalldrucks des Geräusches berücksichtigt zu werden, im Gegensatz zum ebenen Schallfeld, wo insbesondere bei breitbandigen Pulsfolgen auch das Tastverhältnis dieser Pulsfolge für die Größe der Lautstärke wesentlich sein kann.

Die in dieser Arbeit beschriebenen subjektiven Messungen sind in einem Hallraum mit der relativ großen Nachhallzeit von 2,5 s durchgeführt worden. Auf Grund der Erkenntnisse über das Zeitverhalten des Gehörs im ebenen Schallfeld kann man jetzt auch eine Voraussage treffen, wie die Ergebnisse von subjektiven Messungen in Hallräumen mit anderen Nachhallzeiten aussehen werden. Die Grenzdauer des Gehörs war im ebenen Schallfeld zu 70 ms bestimmt worden [3]. Die Lautstärke eines Schalles wächst nicht mehr an, wenn die Darbietungsdauer über 70 ms hinaus verlängert wird. Man kann daher annehmen, daß in Hallräumen mit Hallzeitkonstanten größer als 70 ms (dies entspricht einer Nach-

hallzeit von etwa 1 s) vom Gehör alle Schalle bezüglich ihrer Lautstärke praktisch als gleichförmige Dauerschalle bewertet werden. Die Trägheitseigenschaften des Gehörs werden keine Rolle spielen. Diese Eigenschaften können sich erst in Räumen mit Nachhallzeiten von weniger als 1 s bei der Empfindung der Lautstärke bemerkbar machen.

Die Herren Dipl.-Ing. R. ZWICK und Dipl.-Ing. H. STÖRRLE haben im Rahmen ihrer Diplomarbeit die Ausmessung und Einrichtung des Hallraumes durchgeführt. Ihnen gilt dafür mein herzlicher Dank.

(Eingegangen am 10. Juni 1963.)

#### Schrifttum

- [1] JAHN, G., Über die Beziehung zwischen der Lautstärke und dem Schalldruck am Trommelfell. Hochfrequenztechn. u. Elektroakust. **67** [1959], 69.
- [2] ZWICKER, E., Lautstärke und Lautheit. Proc. III. ICA Congress, Stuttgart 1959.
- [3] PORT, E., Über die Lautstärke einzelner kurzer Schallimpulse. *Acustica* **13** [1963], Beiheft, 212.
- [4] PORT, E., Zur Lautstärkeempfindung und Lautstärkemessung von pulsierenden Geräuschen. *Acustica* **13** [1963], Beiheft, 224.



# ULTRASONIC STUDIES AND CHEMICAL KINETICS-I APPLICATION OF FREEDMAN'S THEORY

by M. PANCHOLY and S. P. SINGAL

National Physical Laboratory, New Delhi

## Summary

Values of gross reaction rates and specific reaction rates for the reversible dissociation reactions in aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate have been calculated on the basis of FREEDMAN's theory utilizing the experimental results on ultrasonic propagation characteristics. The associated equilibrium constants and heat of reaction have also been derived. The equilibrium constant values are in agreement with those obtained from conductance data.

## Zusammenfassung

Die Gesamtreaktionsgeschwindigkeiten und Einzelreaktionsgeschwindigkeiten der reversiblen Dissoziation von Calciumacetat, Bleiacetat und Zinksulfat in wässriger Lösung wurden auf Grund der FREEDMAN'schen Theorie unter Zuhilfenahme der aus Ultraschallausbreitungsmessungen gewonnenen Ergebnisse berechnet. Auch die entsprechenden Gleichgewichtskonstanten und Reaktionswärmen wurden bestimmt. Die berechneten Gleichgewichtskonstanten stimmen mit solchen aus Leitfähigkeitsmessungen überein.

## Sommaire

On a étudié, d'après la théorie de FREEDMAN utilisant les données expérimentales sur les caractéristiques de la propagation ultra-sonore, les valeurs des taux de la réaction totale et de la réaction spécifique relatives aux réactions réversibles de dissociation dans les solutions aqueuses d'acétate de calcium, d'acétate de plomb et de sulfate de zinc. On a aussi déduit les constantes correspondantes d'équilibre et la chaleur de réaction. Les valeurs des constantes d'équilibre concordent avec celles obtenues d'après les valeurs de la conductance.

## 1. Introduction

The measurement of the ultrasonic relaxation frequency and the maximum absorption per wave length can be used to calculate the thermodynamic constants and the equilibrium reaction rates of fast chemical reactions responsible for the relaxation process in cases where the absorption due to factors other than relaxation is either negligible or is known. Theories regarding this subject have been put forward among others by EIGEN [1], MANES [2], FREEDMAN [3] and TABUCHI [4]. In these treatments a phenomenological equation is derived relating the sound absorption and velocity dispersion to the relaxation time of the chemical reaction. The relaxation time is a simple function of composition, temperature and the rate laws for the forward and reverse reaction. Therefore, measurement of the relaxation time of a chemical reaction at different concentrations and temperatures yields information on the kinetics of the system.

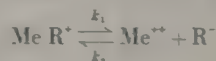
In the present study FREEDMAN's theory has been applied. It assumes the partial molar volume change during the course of the reversible chemical reaction as zero. This treatment has been selected because it is simpler and is complete in itself, in as much as it does not involve any pre-knowledge of the physico-

chemical data like activity coefficient, degree of dissociation or equilibrium constant. It can, on the other hand, be used to calculate the physico-chemical quantities and the thermodynamic data.

The ultrasonic data required for the purpose have already been reported [5], [6]. The ultrasonic absorption and velocity in the aqueous solutions of these electrolytes were studied in the frequency range 4 Mc/s to 26 Mc/s and over a wide range of concentration and temperature. The present calculations have been made only at a concentration of 1.0 g mol/litre because at lower concentrations the experimental absorption per wave length versus frequency curves do not cover the region of the relaxation frequency making it thereby difficult to locate the exact position of relaxational frequency and the maximum absorption coefficient per wave length.

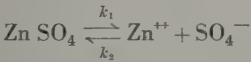
## 2. Reaction mechanisms

The dissociation of the ions of a bi-univalent electrolyte in a aqueous solution is assumed to take place in two stages as:



where Me represents the bivalent metallic radical and R represents the acid radical. In terms of molar concentrations, the reactant and products of this reaction can be represented by  $n(1-\delta)$ ,  $n\delta$  and  $n(1+\delta)$  respectively where  $n$  stands for molar concentration and  $\delta$  for the degree of dissociation. The first stage of the above reaction is presumed to be a case of complete dissociation while the second stage is taken as a reversible incomplete dissociation responsible for the relaxational absorption. The maximum absorption frequency in the range 10 Mc/s to 20 Mc/s in the present solutions is attributed to the second stage of the dissociation reaction.

The dissociation of the ions of a bi-bivalent electrolyte (zinc sulphate) in aqueous solution is assumed as



where the components can be represented by  $n(1-\delta)$ ,  $n\delta$  and  $n\delta$  respectively in terms of their respective molar concentration. The frequency corresponding to peak absorption observed in the range 10 Mc/s to 20 Mc/s is attributed to this reversible reaction.

3. Results and discussion

Fig. 1 shows the variation in experimental absorption per wave length with frequency at a concentration of 1.0 g mol/litre and over a range of temperature. The maximum absorption per wave length at the relaxation frequency can be suitably computed from these curves.

The absorption at the relaxation frequency in a chemically reactive medium is partly due to the chemical reaction and partly due to viscosity and other causes for a case where the vibrational heat capacity relaxation frequencies are far removed from the relaxation frequency of the reaction. The contribution to absorption by viscosity and other causes is proportional to the frequency squared and is hence represented by a straight line in the absorption per wave length versus frequency curves while relaxation leads to the well-known bell-shaped curve.

Fig. 2 shows FREEDMAN's theoretical curves where the effect on absorption due to all these factors is considered. A comparison of the curves in the Figs. 1 and 2 has been used to find out the maximum absorption per wave length at the relaxation frequency due to the reaction alone.

This value of maximum absorption per wave length along with a knowledge of the sound velocity and total heat capacity of the entire system is used to calculate other physico-chemical and thermodynamical constants.

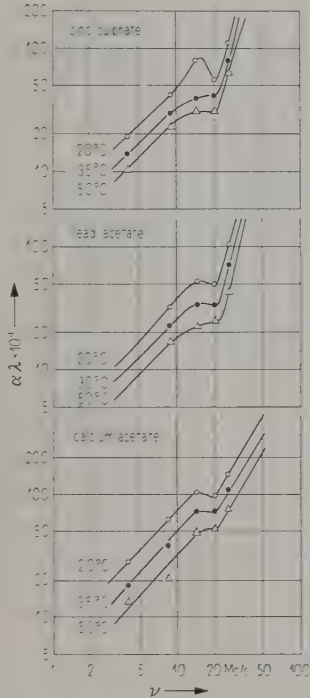


Fig. 1. Variation of absorption coefficient per wave length with frequency in aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate at a concentration of 1.0 g mol/litre and at temperatures of 20 °C, 35 °C and 50 °C.

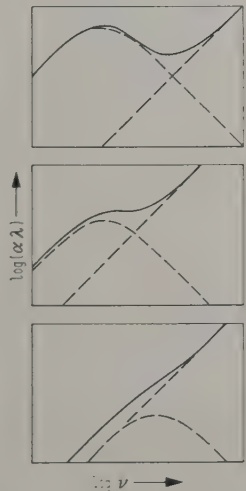


Fig. 2. FREEDMAN's theoretical curves for absorption coefficient per wave length against frequency. Solid lines represent variation of total absorption coefficient per wave length against frequency. The bell-shaped dashed lines show the absorption due to reaction and the dashed straight lines show the absorption due to all other causes.



The maximum absorption per wave length is written in terms of the specific heat of the reaction by an equation from FREEDMAN's theory as

$$(\alpha\lambda)_{\max} = \frac{\pi}{2} (\gamma_0 - 1) \frac{C_p^r}{C_p^0 - C_p^r}$$

where  $(\alpha\lambda)_{\max}$  is maximum absorption per wave length,  $C_p^0$  is the equilibrium heat capacity of the entire system,  $C_p^r$  is the contribution to the heat capacity due to the reaction and  $\gamma_0$  is the ratio of the two specific heats  $C_p^0, C_p^r$  at equilibrium. Here  $C_p^0$  is known and  $\gamma_0$  is calculated from the well-known thermodynamic equation

$$\gamma_0 - 1 = \frac{T l^2 v^2}{C_p^0}$$

where  $T$  is the absolute temperature of the solution,  $l$  the coefficient of cubical expansion and  $v$  the sound velocity.

The specific heat of the reaction  $C_p^r$  at a temperature is defined as

$$C_p^r = R \left( \frac{\Delta H}{RT} \right)^2 D$$

where  $\Delta H$  is the heat of the reaction,  $R$  is the gas constant and  $D$  is a term defined in terms of the components of the reaction as

$$D = [\sum (a_i^2/n_i) - (\sum a_i)^2/n_t]^{-1}$$

where  $a_i$  represents the stoichiometric coefficients of the components of the reaction in the balanced chemical equation —  $a_i$  is greater than zero if the components are produced by the reaction and  $a_i$  is less than zero if the components are consumed in the reaction,  $n_i$  is the number of moles of a component  $i$  and  $n_t$  is the total number of moles given as  $n_i = \sum n_j + n_s$  where  $n_s$  is the number of moles of the solvent assumed inert. In this equation  $C_p^r$  is in terms of variables  $\Delta H$  and  $\delta$  of the reaction where  $\Delta H$ , the heat of reaction is a constant of the reaction and  $\delta$ , the degree of dissociation is a temperature-dependent factor.

Writing  $C_p^r$  at two different temperatures  $T_1$  and  $T_2$  as

$$C_p^r(T_1) = R \left( \frac{\Delta H}{RT_1} \right)^2 D_{T_1},$$

$$C_p^r(T_2) = R \left( \frac{\Delta H}{RT_2} \right)^2 D_{T_2};$$

and combining these expressions with the integrated VAN'T HOFF equation

$$\log \left[ \frac{k_N(T_2)}{k_N(T_1)} \right] = \frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

where  $k_N(T)$  is the mole fraction equilibrium constant defined as

$$\log K_N = \sum a_i \log \frac{n_i}{n_t};$$

the three equations have been solved for the relevant data of the reaction, viz. the variables  $\Delta H, \delta(T_1)$  and  $\delta(T_2)$ .

The values of the heat of reaction obtained are  $-6.85$  kcal,  $-6.10$  kcal and  $-11.64$  kcal for the dissociation reactions of the electrolytes, calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate respectively. The negative sign of  $\Delta H$  indicates that heat is evolved as the reaction proceeds in the forward direction. This amounts to an increase in the rate of association at high temperatures.

The results for the degree of dissociation are given in Table I. To compare these results with those obtained by other chemical methods available in literature the values of the degrees of dissociation have been transformed to the mass action equilibrium constant — a form more suitable for comparison purposes — by using the relations

$$k = \frac{n \delta (1 + \delta)}{(1 - \delta)} \quad \text{and} \quad k = \frac{n \delta^2}{(1 - \delta)}$$

for the bi-univalent and bi-bivalent electrolytes respectively where the relations are considered in terms of the active masses of the components present. The results obtained are given in Table I.

Table I.

Ultrasonic data and physico-chemical properties for aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate at a concentration of 1.0 g mol/litre.

Electrolyte	Temperature °C	$(\alpha\lambda) \times 10^4$ max	Relaxation frequency M c/s	Ultrasonic velocity m/s	Degree of dissociation $\delta$	Dissociation constant $k$	Heat of reaction $\Delta H$ kcal/mole
calcium acetate	20	53.0	14.4	1586.0	0.1580	0.2173	— 6.85
	35	32.8	14.4	1601.5	0.1002	0.1225	
	50	20.0	14.4	1603.0	0.0640	0.0728	
lead acetate	20	41.0	14.4	1435.0	0.1570	0.2155	— 6.10
	35	28.1	14.4	1452.5	0.1050	0.1293	
	50	18.8	14.4	1462.0	0.0705	0.0812	
zinc sulphate	20	65.0	14.0	1582.0	0.0693	0.00515	— 11.64
	35	36.5	14.0	1607.5	0.0431	0.00195	
	50	22.0	14.0	1620.0	0.0279	0.00080	

It is seen that the dissociation constant is fairly high for the bi-univalent salts whereas it is low for bi-bivalent salt. With temperature, however, the dissociation constant decreases in every case.

DAVIES [7] has estimated the dissociation constant from conductance data in case of zinc sulphate at 18 °C to be  $0.53 \times 10^{-2}$ . Using the same method, OWEN and GURRY [8] have estimated the value at 25 °C to be  $0.49 \times 10^{-2}$ . A comparison of these values with the calculated values of  $k$  from FREEDMAN's theory reveals that the results are in agreement.

Unlike zinc sulphate, the results for the dissociation constant in case of (Ca Acetate)<sup>+</sup> as available in literature are conflicting. According to DAVIES [9] the ionization of calcium acetate is exceptionally high and the dissociation constant at 25 °C is 1.0 NANCOLLAS [10], on the other hand, reports a value of only 0.056 at about the same temperature. The value calculated in the present case is approximately 0.2 at 20 °C. Keeping in view the effect of association at high concentrations, this value is comparable with the result obtained by DAVIES.

The dissociation constant obtained through the present investigation for (Pb Acetate)<sup>+</sup> is fairly close to the value for (Ca Acetate)<sup>+</sup>. The dissociation constant for (Pb Acetate)<sup>+</sup> is not available in the literature for comparison.

The gross reaction rate  $U$  is calculated by using the relation

$$U = \frac{2 \pi \nu_m D C_p^\infty}{C_p^0}$$

where the relevant thermodynamic data used are given in Table II and the other ultrasonic and physico-chemical data are given in Table I. Here  $\nu_m$  is the relaxation frequency and  $C_p^\infty$  is the contri-

bution of the individual components to the total heat capacity and is related to  $C_p^0$  and  $C_p^r$  by the equation  $C_p^0 = C_p^r + C_p^\infty$ . The forward reaction rate  $k_1$  is calculated from the gross reaction rate  $U$  by using the approximate relation  $U = k_1 N_i^{-a_i}$  where  $N_i$  is the mole fraction of the reactant present in the solution and is given as  $N_i = n_i/n_t$ . The backward reaction rate  $k_2$  is calculated by the relation  $K_N = k_1/k_2$ . The values of the rates so calculated are given in Table II.

The results show that the reactions studied are rapid. The gross reaction rates and the forward reaction rates decrease with the increasing temperature of the solution whereas the backward reaction rates increase with temperature – a result in accord with observation made earlier.

Thus it is seen that the physico-chemical data calculated from the FREEDMAN's theory are comparable with the data obtained by other methods. This method can be used to study the gross and the specific reaction rates of a reversible chemical reaction.

(Received July 4<sup>th</sup>, 1963.)

# References

- [1] EIGEN, M., Disc. Faraday Soc. **17** [1954], 194.
- [2] MANES, M., J. Chem. Phys. **21** [1953], 1791.
- [3] FREEDMAN, E., J. Chem. Phys. **21** [1953], 1784.
- [4] TABUCHI, D., J. Chem. Phys. **26** [1957], 993.
- [5] PANCHOLY, M. and SINGAL, S. P., J. Phys. Soc. Japan **18** [1963], 582.
- [6] PANCHOLY, M. and SINGAL, S. P., Il Nuovo Cimento **29** [1963], 1027.
- [7] DAVIES, C. W., J. Chem. Soc. **140** [1938], 2093.
- [8] OWEN, B. B. and GURRY, R. W., J. Amer. Chem. Soc. **60** [1938], 3074.
- [9] DAVIES, C. W., J. Chem. Soc. **140** [1938], 277.
- [10] NANCOLLAS, G. H., J. Chem. Soc. **158** [1956], 744.

Table II.

Thermodynamic data and reaction rates for aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate at a concentration of 1.0 g mol/litre.

Electrolyte	Temper- ature	Heat Capacity $c_p^0$	Heat Capacity $c_v^0$	Heat Capacity $c_p^r$	Heat Capacity $c_p^\infty$	Gross reaction rate $U \times 10^{-7}$	Specific rate constant $k_1 \times 10^{-8}$	Specific rate constant $k_2 \times 10^{-11}$
	°C	cal/g/deg C	cal/g/deg C	cal/g/deg C	cal/g/deg C	s <sup>-1</sup>	s <sup>-1</sup>	s <sup>-1</sup>
calcium acetate	20	0.8961	0.8861	0.2058	0.6903	0.8336	5.688	1.504
	35	0.8961	0.8854	0.1315	0.7646	0.6446	4.112	1.885
	50	0.8961	0.8848	0.0814	0.8147	0.4672	2.863	2.258
lead acetate	20	0.7957	0.7774	0.0796	0.7161	0.9690	6.604	1.761
	35	0.7957	0.7761	0.0526	0.7431	0.7326	4.699	2.088
	50	0.7957	0.7749	0.0339	0.7618	0.5353	3.304	2.334
zinc Sulphate	20	0.8428	0.8286	0.1643	0.6785	0.2365	1.432	15.674
	35	0.8428	0.8275	0.0939	0.7489	0.1649	0.971	28.137
	50	0.8428	0.8265	0.0558	0.7870	0.1134	0.657	46.086



## ULTRASONIC STUDIES AND CHEMICAL KINETICS-II APPLICATION OF TABUCHI'S THEORY

by M. PANCHOLY and S. P. SINGAL

National Physical Laboratory, New Delhi

## Summary

In the previous paper equilibrium constants, heat of reaction and specific reaction rates for dissociation reactions in aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate were obtained using FREEDMAN's theory and experimental ultrasonic data. In the present paper the specific reaction rates have been calculated on the basis of TABUCHI's theory, using the equilibrium constants and heat of reaction data as derived from FREEDMAN's theory. The values of the specific rates obtained by the two methods are comparable but not exactly similar.

## Zusammenfassung

In einer früheren Arbeit wurden die Gleichgewichtskonstanten, die Reaktionswärmen und die Einzelreaktionsgeschwindigkeiten für die Dissoziation von Calciumacetat, Bleiacetat und Zinksulfat in wäßriger Lösung aus der Theorie von FREEDMAN und aus Ultraschallausbreitungsmessungen bestimmt. In der vorliegenden Arbeit werden die Einzelreaktionsgeschwindigkeiten mit Hilfe der Theorie von TABUCHI aus den Gleichgewichtskonstanten und den Reaktionswärmen, die mittels der FREEDMANschen Theorie erhalten wurden, berechnet. Die nach diesen zwei Methoden bestimmten Reaktionsgeschwindigkeiten sind vergleichbar, aber nicht genau gleich.

## Sommaire

Dans la précédente communication les constantes d'équilibre, la chaleur de réaction et les taux de réaction spécifique pour les réactions de dissociation dans les solutions aqueuses d'acétate de calcium, d'acétate de plomb et de sulphate de zinc avaient été obtenus d'après la théorie de FREEDMAN et des données ultrasonores expérimentales. Dans la communication présente, les taux de réaction spécifique ont été calculés d'après la théorie de TABUCHI utilisant les données des constantes d'équilibre et de chaleur de réaction déduites de la théorie de FREEDMAN. Les valeurs des taux de réaction spécifique obtenues par les deux méthodes sont comparables mais pas exactement semblables.

## 1. Introduction

In an earlier paper [1] results were presented for the heat of reaction and the equilibrium dissociation constant calculated on the basis of FREEDMAN'S theory [2] using the ultrasonic data obtained in case of aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate for the relevant reversible dissociation reactions. The gross reaction rates and the specific reaction rates for these reactions were also computed.

However, in FREEDMAN's theory, the volume change accompanying a chemical reaction is assumed to be zero where as a chemical reaction, in general, is accompanied by a volume change. Taking into account the contribution to ultrasonic absorption due to this factor TABUCHI [3] has presented a more general treatment for calculating fast reaction rates. It has been further pointed out that for a case of zero change in volume, FREEDMAN's equations are approximate when compared with TABUCHI's equations. However, the latter requires a pre-knowledge of certain data of the reaction like the heat of reaction and the mass action equilibrium constant, all of which may not be known for a case under study.

FREEDMAN's treatment, on the other hand is completely independent in itself.

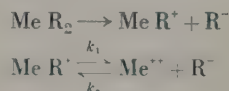
The present study has been undertaken to calculate the values of the rate constants by the applications of TABUCHI's treatment and to compare them with the results obtained earlier by the application of FREEDMAN's treatment. The data for heat of reaction and dissociation constant required for the present study have been taken from the previous study based on FREEDMAN's treatment.

## 2. Theory

TABUCHI's equations as applicable to dissociation reactions in bi-univalent and bi-bivalent electrolytic solutions are as follows:

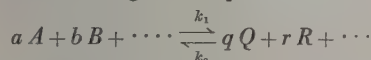
### 2.1. Bi-univalent electrolyte

The dissociation reaction of a bi-univalent electrolyte is represented by

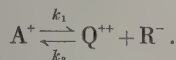


where Me stands for the metal radical and R is the acid radical. Here the first equation represents complete dissociation while the second is an incomplete reversible process responsible for relaxation.

In terms of the general equilibrium formula



this reversible process can be written as:



The mass action equilibrium constant  $k$  and TABUCHI's equations for this equilibrium reaction formula can be written as

$$k = \frac{n \delta' (1 + \delta')}{(1 - \delta')} f_Q^{++}, \quad (1)$$

$$\chi = \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_Q} + \frac{1}{n_R} \right) - \frac{6 \log_e f_{\pm}}{n_A + 4 n_Q + n_R}, \quad (2)$$

$$n_A = n(1 - \delta'), n_Q = n \delta', n_R = n(1 + \delta') \quad (3)$$

$$\log_{10} f_{\pm} = \frac{1}{3} (\log_{10} f_A^+ + \log_{10} f_Q^{++} + \log_{10} f_R^-), \quad (4)$$

$$\mu = n(1 + 2 \delta'), \quad (5)$$

$$C_v^0 = \frac{\Delta H^2}{R T^2 \chi} C_v^\infty, \quad (6)$$

$$(\alpha \lambda)_{\max} = \frac{\pi}{2} \frac{C_v^0 C_p^\infty - C_p^0 C_v^\infty}{(C_p^0 C_p^\infty C_v^\infty C_v^0)^{1/2}}, \quad (7)$$

$$2 \pi \nu_m = \frac{(C_p^0 C_v^0 / C_p^\infty C_v^\infty)^{1/2}}{\tau}, \quad (8)$$

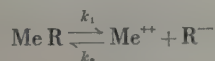
$$\frac{1}{\tau} = k_1 V \left( \frac{n_A}{V} \right) f_A^+ \chi, \quad (9)$$

$$k = k_1 / k_2, \quad (10)$$

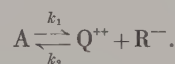
where  $n_i$  is the molar concentration of the component  $i$ ,  $n$  the molar concentration of the electrolyte,  $\delta'$  the degree of dissociation,  $\mu$  the ionic strength of the solution,  $f_{\pm}$  the mean activity coefficient,  $f_i$  the activity coefficient of a component  $i$ ,  $\Delta H$  the heat of reaction,  $V$  the volume of the solution,  $(\alpha \lambda)_{\max}$  the maximum absorption per wave length,  $\nu_m$  the relaxation frequency,  $R$  the gas constant,  $T$  the absolute temperature of the solution,  $\tau$  the relaxation time,  $C_p^0, C_v^0$  the total heat capacities at equilibrium,  $C_p^\infty, C_v^\infty$  the heat capacities of the individual components,  $\chi$  the intermediate physico-chemical term, and  $k_1, k_2$  the forward and backward specific reaction rates respectively.

## 2.2. Bi-bivalent electrolyte

The reversible reaction in this case can be represented as



which in terms of the general equilibrium formulas is reduced to



The mass action equilibrium constant and TABUCHI's equations for this equilibrium formula become

$$k = \frac{n \delta'^2}{(1 - \delta')} f_Q^{++} f_R^- \quad (11)$$

$$\chi = \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_Q} + \frac{1}{n_R} \right) - \frac{2 \log_e f_{\pm}}{n_Q + n_R} \quad (12)$$

$$n_A = n(1 - \delta'), n_Q = n \delta', n_R = n \delta' \quad (13)$$

$$\log_{10} f_{\pm} = \frac{1}{2} [\log_{10} f_Q^{++} + \log_{10} f_R^-] \quad (14)$$

$$\mu = 4 n \delta' \quad (15)$$

$$\frac{1}{\tau} = k_1 V \left( \frac{n_A}{V} \right) \chi \quad (16)$$

where the symbols used are the same as for the earlier case. Eqs. (6), (7), (8) and (10) are general equations and hence are not changed.

## 3. Results and discussions

Results for the maximum absorption per wave-length  $(\alpha \lambda)_{\max}$ , equilibrium specific heat at constant pressure  $C_p^0$ , ratio of the two specific heats  $\gamma_0$  at equilibrium and other ultrasonic data for the solutions under study have already been reported [1], [4], [5]. Degree of dissociation  $\delta'$  and activity coefficient  $f_i$  for the bi-univalent or bi-bivalent reversible reactions are calculated by combining the relevant equation for dissociation constant with the DAVIES equation [6]

$$\log_{10} f_i = -A Z_i^2 \left( \frac{V \mu}{1 + V \mu} - 0.2 \mu \right)$$

where  $A$  is the theoretical DEBYE-HÜCKEL constant at the appropriate temperature,  $Z_i$  represents the valency of a component  $i$  and  $\mu$  is the ionic strength of the solution given by

$$\mu = \frac{1}{2} \sum n_i Z_i^2.$$

The two equations are solved for  $\delta'$  and  $f_i$  by the method of successive approximations.

Using these results and TABUCHI's equations, the specific reaction rates have been calculated. Table I gives the data of the various thermodynamical quantities while Table III gives the relaxation times and the specific reaction rates. The values of the specific and gross reaction rates calculated by the application of FREEDMAN's theory in the earlier paper are also shown in Table III for comparison.



Table I.

Physico-chemical properties of aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate at a concentration of 1.0 g mol/litre.

Electro-lyte	Temperature °C	DEBYE-HÜCKEL constant $A$	Disso-ciation constant $k$	Degree of disso-ciation $\delta'$	Activity coeff. of uni-valent ion $f_{+}$ or $f_{-}$	Activity coeff. of bivalent ion $f_{++}$ or $f_{--}$	Ionic strength $\mu$ moles/litre	Mean activity coeff. $\log_{10} f_{+}$	$\chi$
calcium acetate	20	0.5046	0.2173	0.326	0.7635	0.3401	1.652	-0.2342	6.285
	35	0.5189	0.1225	0.245	0.7406	0.3003	1.490	-0.2612	7.420
	50	0.5351	0.0727	0.184	0.7209	0.2702	1.368	-0.2842	8.940
lead acetate	20	0.5046	0.2155	0.324	0.7632	0.3391	1.648	-0.2348	6.305
	35	0.5189	0.1293	0.250	0.7413	0.3020	1.500	-0.2600	7.331
	50	0.5351	0.0812	0.197	0.7235	0.2739	1.394	-0.2812	8.551
zinc sulphate	20	0.5046	0.00515	0.250	—	0.2480	1.00	-0.6055	14.911
	35	0.5189	0.00195	0.180	—	0.2214	0.72	-0.6548	20.708
	50	0.5351	0.00080	0.125	—	0.2125	0.50	-0.6725	29.530

Table II.

Ultrasonic and thermodynamic data for the aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate at a concentration of 1.0 g mol/litre.

Electro-lyte	Temperature °C	Ultrasonic velocity m/s	Relaxation freq. Mc/s	Max. absorption per wave length $(\alpha\lambda)_{\max} \times 10^4$	Heat of reaction $\Delta H$ k cal/mol	Heat capacity $C_p^0$ cal/g/deg C	Heat capacity $C_p^0$ cal/g/deg C	Heat capacity $C_p^\infty$ cal/g/deg C	Heat capacity $C_p^\infty$ cal/g/deg C
calcium acetate	20	1586.0	14.4	53.0	6.85	0.8961	0.8861	0.6162	0.6093
	35	1601.5	14.4	32.8		0.8961	0.8854	0.6813	0.6732
	50	1603.0	14.4	20.0		0.8961	0.8848	0.7340	0.7247
lead acetate	20	1435.0	14.4	41.0	6.10	0.7957	0.7774	0.6868	0.6710
	35	1452.5	14.4	28.1		0.7957	0.7761	0.7108	0.6933
	50	1462.0	14.4	18.8		0.7957	0.7749	0.7295	0.7104
zinc sulphate	20	1582.0	14.0	65.0	11.64	0.8428	0.8286	0.5073	0.4988
	35	1607.5	14.0	36.5		0.8428	0.8275	0.6239	0.6126
	50	1620.0	14.0	22.0		0.8428	0.8265	0.7031	0.6895

Table III.

Rate constants as derived by FREEDMAN's and TABUCHI's theories in case of aqueous solutions of calcium acetate, lead acetate and zinc sulphate at a concentration of 1.0 g mol/litre.

Electrolyte	Temperature	Relaxation time $\tau \times 10^8$	Rate constants (TABUCHI's theory)		Rate constants (FREEDMAN's theory)		
			$k_1 \times 10^{-7}$	$k_2 \times 10^{-8}$	Gross reaction rate $U \times 10^{-7}$	$k_1 \times 10^{-8}$	$k_2 \times 10^{-11}$
	°C	s	s <sup>-1</sup>	s <sup>-1</sup>	s <sup>-1</sup>	s <sup>-1</sup>	s <sup>-1</sup>
calcium acetate	20	1.607	1.924	0.8854	0.834	5.638	1.504
	35	1.453	1.658	1.3535	0.645	4.112	1.885
	50	1.350	1.409	1.9368	0.467	2.863	2.258
lead acetate	20	1.282	2.398	1.1128	0.969	6.604	1.761
	35	1.229	1.996	1.5437	0.733	4.699	2.088
	50	1.206	1.669	2.0554	0.535	3.304	2.334
zinc sulphate	20	1.889	0.4734	9.1922	0.237	1.432	15.674
	35	1.537	0.3833	19.6564	0.165	0.971	28.137
	50	1.365	0.2836	35.3176	0.113	0.657	46.086

It is seen from Table III that in all cases the ultrasonic relaxation time  $\tau$  which is of the order of  $10^{-8}$  s decreases with increase in temperature. This observation suggests that the time taken for the excited component to come to its normal state is shorter at higher temperatures resulting thus in the dissociation

reaction to go slow. This observation is supported by the calculated values of the reaction rates. The values for the reaction rates obtained indicate that the forward reaction rate  $k_1$  slows down whereas the reverse reaction rate  $k_2$  becomes faster with rise in temperature of the solution.

The gross reaction rates as calculated from FREEDMAN's theory are of the same order as the specific reaction rates calculated by TABUCHI's theory. So far as the specific reaction rates are concerned the values obtained by FREEDMAN's treatment are different from those obtained by TABUCHI's treatment because in the former method, an approximate relation is used to derive the forward reaction rate from the gross reaction rate and secondly, the molar fraction equilibrium constant is used to calculate the reverse reaction rate. However, the general trend of variation with temperature in the two cases is the same.

It is, thus, seen that there is only a qualitative agreement between the specific reaction rates as calculated by the two methods. FREEDMAN's theory though approximate is more useful for cases where the physico-chemical data of the reaction are not

available. It can be used to calculate the physico-chemical data for cases where the volume change during the course of a reaction is zero. For calculating specific reaction rates, however, TABUCHI's theory seems to be more appropriate.

(Received July 4<sup>th</sup>, 1963.)

#### References:

- [1] PANCHOLY, M. and SINGAL, S. P., *Acustica* **14** [1964], 174.
- [2] FREEDMAN, E., *J. Chem. Phys.* **21** [1953], 1784.
- [3] TABUCHI, D., *J. Chem. Phys.* **26** [1957], 993.
- [4] PANCHOLY, M. and SINGAL, S. P., *J. Phys. Soc. Japan* **18** [1963], 582.
- [5] PANCHOLY, M. and SINGAL, S. P., *Il Nuovo Cimento* **29** [1963], 1027.
- [6] DAVIES, C. W., *J. Chem. Soc.* **140** [1938], 2093.

## MISCELLANEOUS

### Conference on Acoustics of Solid Media Warsaw 1964

The Institute of Basic Technical Problems of the Polish Academy of Sciences announces a Conference on Acoustics of Solid Media to be held in Warsaw, October 5.—10. 1964.

The Conference is planned to be a review of achievements in the research field of acoustical phenomena occurring in solid media.

The subject matter of the Conference will comprise the following topics:

1. Acoustic wave propagation in solid media,
2. Generation and reception of acoustic waves in solid media,
3. Investigation of the properties of solid media and of the phenomena occurring in such media, by means of acoustical methods,
4. Measurement methods in acoustics of solid media.

The notion of acoustics should be understood in a broad sense, as comprising sonic and ultrasonic phenomena.

The debates will be in English, French, German or Russian; the proceedings of the Conference will be published.

#### Address of the Secretariat:

Institute of Basic Technical Problems,  
Polish Academy of Sciences  
Conference on Acoustics of Solid Media  
Secretariat Swietokrzyska 21  
Warsaw, Poland.

### Errata: „Vibrator ampullaceus, eine Längsschwingerform zur Erzeugung größter Schallschnellen und Wandlerleistungen“ von C. Kleesattel

(*Acustica* **12** [1962], 322.)

In Gl. (38) (Tabelle V) ist das Übersetzungsverhältnis  $G$  durch den Kehrwert  $1/G$  zu ersetzen, also:

$$R = \frac{\left| \frac{1}{G} - \frac{r}{Z_1} \right|}{\frac{1}{G} + \frac{r}{Z_1}} \quad (38)$$

In Bild 8 ist die Kurve 1 infolgedessen nicht eine

Gerade, sondern eine Hyperbel, die für  $G=1$  den Wert 1 und für  $G=4$  den Wert  $1/4$  annimmt.

Auf S. 332 muß der vorletzte Satz von Abschnitt 3 entsprechend lauten:

„Im Falle des Zylinderschwingers wächst der Widerstand für reflexionslosen Abschluß linear mit dem Kehrwert des Übersetzungsverhältnisses.“

In der Arbeit von MAKAROW [8] liegt der gleiche Irrtum vor. Die Anpassungsbedingung muß nicht  $k = r_0/c_0$ , sondern  $k = \varrho_0 c/r_0$  lauten.



### A Particular Case of Binaural Hearing

Some experiments have been made to investigate a particular aspect of the space localization.

An apparatus [1], [2] has been employed consisting essentially of a circuit with two branches, each one introducing into the signal a phase difference that is a function of the frequency. This function is different for the two branches and is calculated with approximation methods so that the phase difference between the two outputs approximates  $90^\circ$  (in our case the approximation is  $\pm 1^\circ$ ) in the frequency range from 60 c/s to 5000 c/s; the amplitude response of the two branches is flat over the same frequency range.

From the table calculated by MERTENS [3] on the basis of the delays of time and of the effect of diffraction around the head, one can deduce the diagram of Fig. 1, which shows, for different frequencies, the difference of time  $\tau$  with which a signal reaches the two ears as a function of the angle  $\theta$  from which the sound originates.

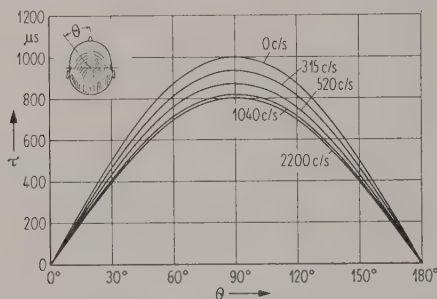


Fig. 1. Delay time between the ears as a function of the angle of incidence of the sound for different frequencies.

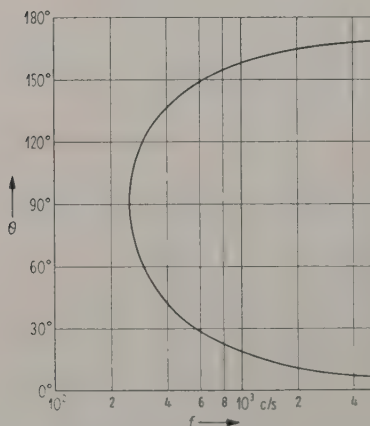


Fig. 2. Angle of apparent origin of pure sounds as a function of the frequency, for sounds  $90^\circ$  out of phase. (The direction of the sound is toward the ear perceiving the sound in advance of phase.)

Taking into account the diagram of Fig. 1 and employing the relation  $\varphi = \tau/2\pi f$  (where  $\varphi$  is the phase and  $f$  the frequency) one has derived the diagram of Fig. 2, which reports the angle of apparent origin as a function of the frequency for sounds  $90^\circ$  out of phase. This diagram shows that for each frequency there are two possible directions of localization, that for sufficiently high frequencies approximate  $0^\circ$  and  $180^\circ$ . There is a limiting frequency, about 250 c/s, for which the apparent direction is  $90^\circ$ ; below this frequency it is not possible to establish a determined origin of the sound.

We have tried to study the behaviour of the ear in judgements of subjective character, employing signals modified by the apparatus just mentioned: the alteration it introduces into the sounds is in some way „not natural“, as it generates a condition of complex sounds that cannot be found in nature. In fact, for a complex sound coming from a given direction, the components reach the two ears with differences of phase and of sound level (between the two ears) that are different and a function of the frequency.

It is known that judgements on the localization are relatively uncertain in natural conditions, and greater uncertainty arises in judging pure sounds. This research applies to speech, that is to a signal whose frequencies cover a wide range.

The experiment is carried out in the following way: to every subject two similar earphones, of high quality, are applied; to each one arrives a signal of equal amplitude, with a constant difference of phase for all the frequencies, that may be  $0^\circ$ ,  $+90^\circ$  or  $-90^\circ$ . Hearing some phrases the observer indicates whether the origin is the center, the right or the left side. When the judgement has been expressed, after a short silent interval, a new judgement is asked, with conditions of phase established „a priori“ according to a succession of random numbers: 20 subjects of normal hearing have been examined.

These measurements have been repeated for a male unfiltered voice and for a male and a female voice limited by a high pass filter at 450 c/s and at 900 c/s respectively, still fully intelligible.

Fig. 3 shows the spectra of the non-filtered male voice (a) and of the filtered female voice (b); this analysis has been carried out by the method of superposed signals, from a magnetic tape recording.

The experimental results have been summarized in subjective and general tables, reporting the errors in percent: the errors may be the right or the left instead of the center and vice versa, or an exchange between right and left.

The total results are reported in the following tables, where the horizontal rows report the judgements on the localization concerning origins indicated by the columns. The number of judgements is expressed as a percent of the tests corresponding to a single origin (or phase difference).

Table I refers to the results of the test with unfiltered male voice; Table II concerns the test with male voice filtered with a high pass filter at 450 c/s, Table III the test on female voice filtered with a high pass filter at 900 c/s.

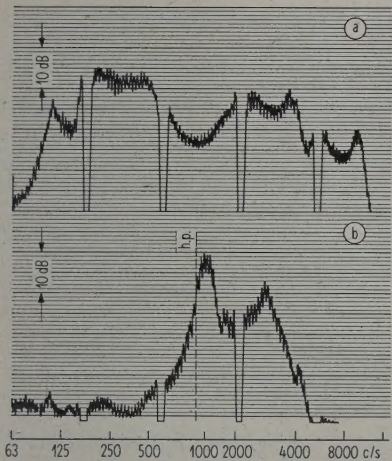


Fig. 3. (a) Spectrum of an unfiltered male voice;  
(b) spectrum of a female voice filtered by a high  
pass filter at 900 c/s.

Table I.  
Percentage of judgements with unfiltered male voice.

judged	emitted		
	Left	Center	Right
Left	93,0	4,0	0
Center	5,2	90,7	9,2
Right	1,8	5,3	90,8

Table II.  
Percentage of judgements with filtered male voice (high  
pass filter 450 c/s).

judged	emitted		
	Left	Center	Right
Left	94,0	9,4	0
Center	6,0	89,5	15,0
Right	0	1,1	85,0

Table III.  
Percentage of judgements with filtered female voice  
(high pass filter 900 c/s).

judged	emitted		
	Left	Center	Right
Left	71,6	8,8	10,7
Center	25,0	73,0	22,6
Right	3,4	18,2	66,7

These tables show that the errors of exchange between right and left and vice versa are negligible, when compared with the number of exchanges between the center and one side or vice versa.

The total errors are 10,3% in the first test, 11,1% in the test with filtered male voice, 29,5% in the test with filtered female voice.

Fig. 2 and 3 show that the frequency range that allows an easy lateralization is narrow; Tables I, II and III show that the percent of errors in localization is low for tests 1 and 2, and increases remarkably in test 3 (For tests on speech it is not possible to employ filters at higher frequencies, otherwise the signal results unintelligible).

If we consider the exchanges of localization between the center and one side, we may deduce from the preceding tables that the more probable error in tests 1 and 2 is an exchange between the right and the center (we find a percent of 9,2 and 15 judgements for tests 1 and 2 respectively, concerning signal coming from the right that are judged as if coming from the center). This effect could be ascribed to dissymetrical characteristics of the hearing, which have been investigated with studies and experiences by TOMATIS [4].

Some tests have been also carried out in an anechoic chamber, with the loudspeakers (emitting sounds of phase as in the preceding tests) and the observers in the position indicated by Fig. 4.



Fig. 4. Relative position of the observer and of the loudspeaker in anechoic room.

The observers identify easily a particular position equidistant from the sources (that have been controlled to have the same characteristics). Each ear perceives the sound directly from one source and diffracted by the head from the other source: in some cases one feels uncomfortable. It is not yet possible to generalize the results, as a more accurate investigation is still necessary; however with a phase difference of 180° between the two sound sources the observer feels as if the source were behind his nape, with a phase difference of 90° as if the source were back and high, with a phase difference of 0° as if the sound image penetrated the head. These judgements are particularly difficult as the sound conditions are „not natural“; pure sounds give no significant results; with warble tones around 400 c/s the localization is more precise.

(Received Jan. 4<sup>th</sup> 1964.)  
C. BORDONE-SACERDOTE, G. C. CERVINI,  
G. U. RIGHINI, G. C. SACERDOTE  
Istituto Elettrotecnico Nazionale  
G. Ferraris, Torino

References

[1] Pihl, G. E., Electron. Engng. **30** [1957], 175.  
[2] CERVINI, G. C., Alta Frequenza (to be issued) [1963].  
[3] MERTENS, H., Revue de l'UER, Cahier A; Technique **59** [1959], 22.  
[4] TOMATIS, A., L'oreille et le langage. Editions du Seuil, Paris 1963.



## La représentation graphique exacte des sons et de leurs associations

L'émission de sons successifs dans une ligne mélodique, ou simultanés dans un accord, est un phénomène physique au même titre qu'une variation de température ou de pression, susceptible, à ce titre, d'être représenté par un graphique à coordonnées rectangulaires.

En l'espèce, un tel graphique (Fig. 1) ayant pour but de situer les sons dans «l'espace sonore», comporte

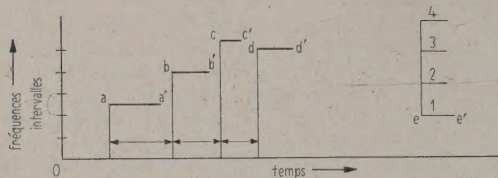


Fig. 1. L'espace sonore.

nécessairement une coordonnée temps portée en abscisse et mesurée en secondes, ou fractions de secondes, et une coordonnée fréquence, portée en ordonnée, avec pour unité l'intervalle qui mesure le rapport constant des fréquences des notes consécutives, naturelles ou altérées, qui forment la gamme complète ou chromatique, soit un demi ton. L'octave comporte 12 demi-tons.

Le graphique présente, pour une ligne mélodique, une série de paliers horizontaux aa' — bb' — cc' etc.

Les distances ab — bc — cd etc. mesurent les temps qui s'écoulent entre les frappes successives. Les longueurs des paliers aa' — bb' — cc' — dd' mesurent les durées des tenues de chacune des notes. Les paliers superposés ee' 1 2 3 et 4 représentent un accord. Les ordonnées des divers paliers mesurent les fréquences des notes intéressées.

La notation conventionnelle des musiciens, en usage depuis plusieurs siècles, s'apparente dans un certain mesure à la représentation graphique exacte, puisque le temps est porté en abscisse, sous forme de mesures, et que les notes s'inscrivent, en ordonnée, sur des portées horizontales classées dans l'ordre des valeurs croissantes des fréquences. Elle s'en écarte cependant en ce qu'il est rare que les longueurs des mesures soit proportionnelles aux durées de jeu qu'elles représentent, mais bien davantage en ce que les notes altérées s'inscrivent au même niveau que les notes dites naturelles qui leur correspondent, bien qu'elles en diffèrent d'un demi ton, et en ce que les demi tons mi — fa et si — do ont entre eux, à la verticale, le même espacement que les tons entiers do ré — ré mi — fa sol — sol la et la si. Ce sont là, comparativement à la représentation graphique exacte, deux erreurs graves, qui entachent les lignes mélodiques d'une distorsion (comme par un miroir déformant) qui dénature les lignes mélodiques.

La correction de ces erreurs, et c'est là l'un des avantages essentiels de la représentation graphique exacte, a pour conséquence de permettre les transpositions instantanées dans tous les tons, par une simple translation verticale de l'ensemble de la notation par rapport aux portées graduées en demi tons, de même que l'on peut suspendre un tableau à diverses hauteurs.

### Portées pour la représentation graphique exacte

Nous avons à établir un système de portée adapté à la représentation graphique exacte:

Nous adoptons l'octave comme unité fondamentale,

et le demi ton comme unité divisionnaire. Les 12 demi tons dont se compose l'octave sont représentés par les 12 intervalles compris entre 13 lignes parallèles, équidistantes, sur lesquelles s'inscrivent les notes naturelles ou altérées. Notée sur ces lignes, la gamme chromatique présente 13 points équidistants alignés suivant une oblique (Fig. 2). Toutes les notes, naturelles ou altérées, ont ainsi leur place réservée, et l'on voit que les intervalles correspondants aux tons entiers ont une valeur double de celle des intervalles correspondants aux demi tons.

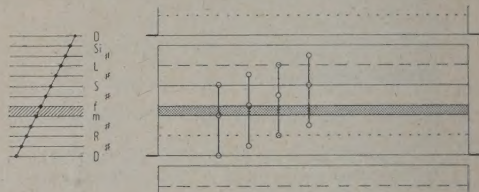


Fig. 2. La représentation graphique exacte de la notation musicale.

La lecture sur des portées de 13 lignes serait évidemment malaisée; on échappe à cette difficulté par les artifices suivants (Fig. 2): les cinq lignes, qui correspondent aux notes altérées, sont supprimées mais on laisse vacantes les places qu'elles occuperaient; les notes altérées s'inscrivent dans les interlignes laissés disponibles. On donne ensuite, à chacune des lignes restantes, un caractère propre qui permet de la reconnaître à vue; c'est ainsi que si et do limitent, par en dessous et par en dessus, une étroite bande blanche immédiatement reconnaissable dont la largeur correspond à un demi ton, la note Do étant prolongée dans les marges par un index; que de même, les notes mi et fa limitent une étroite bande grise; que la ligne ré est en pointillé, la ligne la en trait interrompu et la ligne sol en trait continu. L'octave est bordée par deux traits verticaux.

La superposition ininterrompue d'octaves (Fig. 3), du haut en bas de la page, constitue un champ continu pour la notation; les rallonges utilisées dans la notation conventionnelle pour représenter les notes hors portées sont ainsi supprimées et la lecture en est plus aisée.

Dans le cas de la notation pour le piano, une ligne Do étant choisie arbitrairement comme ligne de référence pour le jeu de la main droite, une autre ligne Do située à deux octaves en dessous de la première, sert de référence pour le jeu de la main gauche. Ces deux lignes de référence, jointes dans la marge, forment un couple. Partant du haut de la page, un second couple se situe à un ou deux octaves (à la demande) en dessous du premier, et ainsi de suite jusqu'au bas de la page.

La représentation graphique exacte ne comporte ni clefs ni signes d'altération. Les notes naturelles ou altérées, lors des transpositions par translation verticale de la notation par rapport aux portées (ces dernières imprimées sur papier calque), apparaissent automatiquement aux places qui conviennent; quatre transpositions de l'accord initial Do-mi-sol sont représentées à titre d'exemple (Fig. 2).



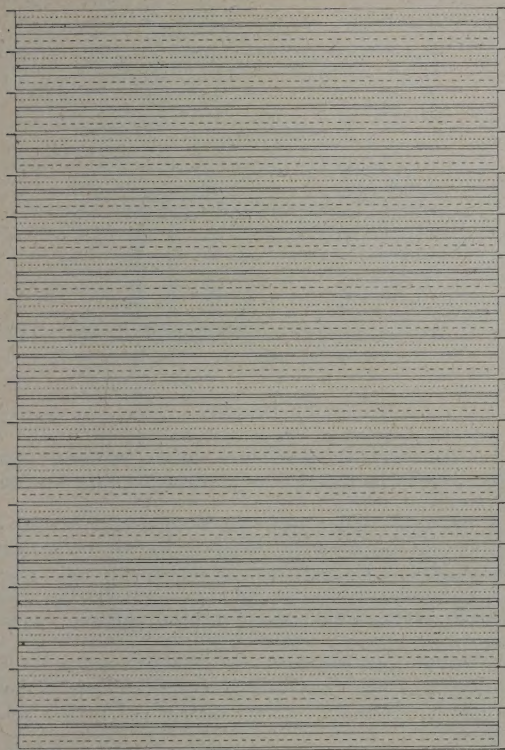


Fig. 3. Champ continu d'octaves.

Ce sont là autant d'avantages qui permettent d'alléger considérablement l'enseignement de la musique et de la rendre plus accessible aux jeunes élèves que rebute la notation conventionnelle par ce qu'elle a d'irrational. Au surplus, la nouvelle notation par sa souplesse et par les simplifications qu'elle apporte, est la mieux adaptée à l'écriture et à la lecture de la musique moderne dont elle ne peut qu'accélérer l'écriture, la lecture et éventuellement les transpositions.

A titre d'illustration nous confrontons (Fig. 4) la représentation graphique exacte avec la notation conventionnelle de la gamme en do majeur développée sur 4 octaves, et nous représentons dans la nouvelle notation (Fig. 5) la succession complète des gammes majeures et mineures.

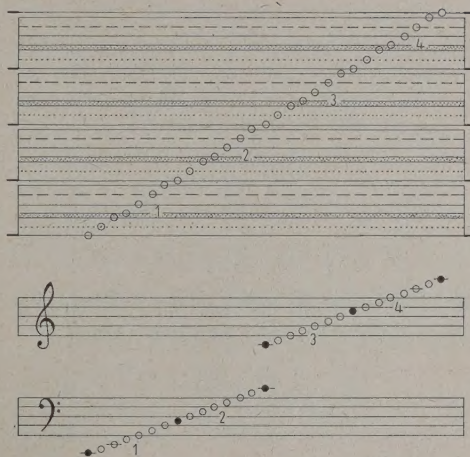


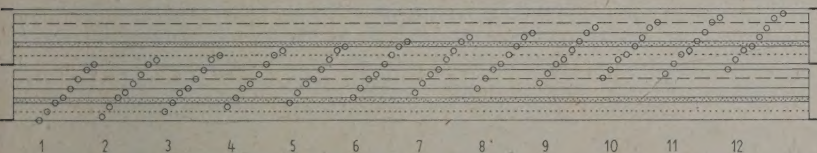
Fig. 4. Tableau de correspondance.

### La coordonnée temps et la mécanisation de la notation

La localisation exacte des frappes dans l'espace sonore, de même que la durée des tenues sont obtenues au moyen d'une petite machine (Fig. 6) qui réalise la sténotypie de la notation musicale. Cette machine (Fig. 6) consiste par exemple, et en principe, en une règle A qui coulisse entre les paires de poulies  $r_1$  et  $r_2$ . La règle A porte latéralement, à l'une de ses extrémités, une crémaillère C qui engraine avec une roue dentée R. La rotation de cette dernière est commandée au moyen d'un bras D, dont l'extrémité formant index, se déplace devant une graduation en demi-tons G. La règle A porte, à son autre extrémité, un inscripteur I qui, par l'intermédiaire d'un mécanisme non représenté comportant un bouton de frappe B, vient porter sur une bande de papier à sténotypie, issue d'une bobine S, qui défile à vitesse constante devant l'inscripteur I; ce dernier peut se déplacer transversalement par rapport à la bande qui défile en corrélation avec les déplacements angulaires du bras D.

Au moyen de la main droite actionnant le bras D, on choisit sur la graduation G la note que l'on veut inscrire. L'inscription débute (frappe) lorsque, de la main gauche on appuie sur le bouton B, et se poursuit (durée de la tenue) tant que l'on appuie sur le bouton.

gammes majeures



gammes mineures

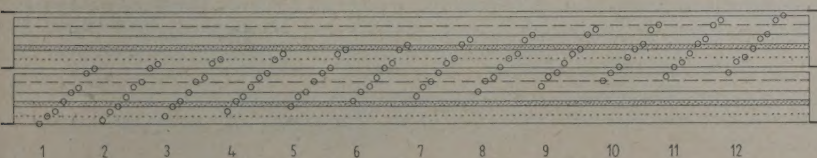


Fig. 5. Tableau des gammes.



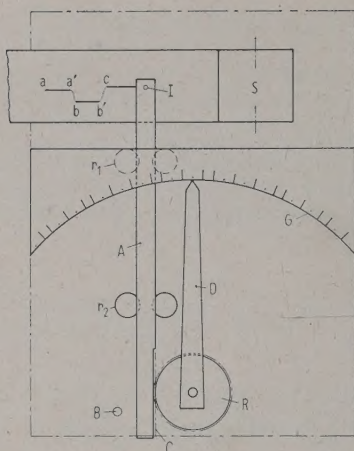


Fig. 6. Machine à réaliser la sténotypie de la notation musicale.

Le «phonogramme» ainsi obtenu présente une succession de paliers plus ou moins longs. Les origines de ces paliers, telles que  $a\ b\ c$  représentent les attaques. Les projections horizontales des distances relatives  $ab - bc$  représentent les valeurs des notes  $a$  et  $b$ ; les longueurs  $aa' - bb' - cc'$  représentent les durées des tenues.

Le «phonogramme» est exploité de la façon suivante: la bande de papier, quel que soit le ton dans lequel a été enregistrée la notation, est placée en dessous d'une feuille de portées pour la représentation graphique exacte, imprimée sur papier calque, au niveau que l'on choisit en fonction de la tonalité désirée. On transcrit les paliers et, facultativement, les courbes de jonction qui auraient été obtenues en maintenant la pression sur le bouton de frappe durant le passage d'une note à la suivante. On trace enfin les traits verticaux qui délimitent les mesures. Bien entendu, l'origine d'un palier correspondant à une note frappée au début d'une mesure, coïncide avec le trait vertical qui indique ce début.

Facultativement, on peut superposer aux paliers, en leurs origines de préférence (Fig. 7), les indications de valeurs empruntées à la notation conventionnelle.

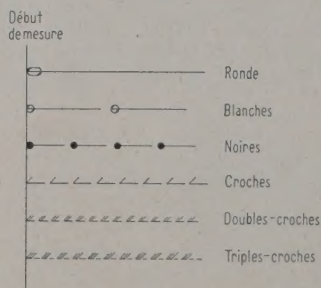


Fig. 7. L'indication de valeurs empruntées à la notation conventionnelle.

Le «phonogramme» reflète exactement les intentions du manipulateur, qu'il s'agisse d'un auteur ou d'un interprète.

La superposition des portées sur le phonogramme de même que les superpositions de portées permettant d'obtenir les transpositions sont facilitées par un petit appareillage (Fig. 8) clairement représenté.

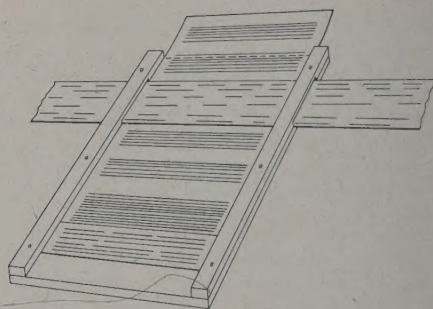


Fig. 8. Appareil à obtenir la superposition des portées et les transpositions.

### En Résumé

La représentation graphique exacte présente comparativement à la notation conventionnelle, les avantages suivants:

1. Les lignes mélodiques inscrites donnent des images exactes des modulations, débarrassées des distorsions inhérentes à la notation conventionnelle; les intervalles musicaux sont en effet reproduits exactement, de demi ton en demi ton, qu'il s'agisse de notes naturelles ou de notes altérées.
2. La transposition est obtenue instantanément dans tous les tons par une simple translation, dans le sens vertical, de l'ensemble de la notation par rapport aux portées.
3. Les clefs, les signes d'altérations et les rallonges utilisés en notation conventionnelle pour représenter les notes hors portées, sont supprimées.
4. L'enseignement est allégé en même temps que la lecture et l'écriture sont accélérées.

### Applications

Il ne peut être question évidemment de transcrire dans la notation nouvelle toute l'oeuvre musicale accumulée depuis plusieurs siècles, et l'on pourrait dans cet ordre d'idées se limiter aux morceaux simples le plus fréquemment exécutés par de jeunes élèves. La possibilité d'écrire rapidement et dans le ton qui présente le minimum d'altérations, quitte à transposer par la suite, puisque cette opération ne présente plus aucune difficulté, quel que soit le ton choisi pour l'oeuvre définitive, devrait intéresser des compositeurs.

On pourrait également envisager la transcription rapide des parties à l'usage des orchestres et des chorales — et l'édition de musique de chant à transposer dans tous les tons par les interprètes eux-mêmes.

Les emplois de la machine à sténotyper sont plus difficiles à prévoir; on peut penser à la mise en place des éléments essentiels d'une oeuvre (chants et repères d'accompagnement) à la synchronisation de la musique et des bruitages pour un film — à la notation personnelle des grands interprètes en ce qui concerne particulièrement les tenues et variations de mouvements — à la notation en concordance avec l'écoute d'un disque. Enfin à la notation par les aveugles en équipant le secteur gradué de la machine avec des caractères en relief.

(Reçu le 21 Novembre 1963.)

M. A. MARCELIN  
Paris